

# L.P. 47 - Mécanismes de la conduction électrique dans les solides

Benjamin Marchetti

Niveau : L2

## Pré-requis

- Électromagnétisme
- Mécanique
- Théo. cin. des gaz

## Bibliographie

- Physique tout en un PC-PC\*, Sanz, *Dunod*
- Électromagnétisme, J-P. Perez, *Dunod*
- H-prépa Électromagnétisme PC, Brébec, *Hachette*
- Dico Elec. III et IV, Quaranta (1996) et (2002), *Pierron*
- BUP n.550, Guinier (1972)
- Électromagnétisme, Bertin, *Dunod*
- Physique de l'état solide, Kittel, *Dunod*
- Physique des solides, Ashcroft, *EDP Sciences*

Leçon qui est progressive tout le long donc c'est plutôt intéressant. Il est important d'être au point sur les concepts qu'il y a derrière chaque partie, c'est pour cela qu'il est primordiale d'être au point avec les remarques qu'il y a pour éviter une coquille aux questions. Bien faire la manip car il n'y en a qu'une dans cette leçon !

## Introduction

Certains corps possèdent la propriété de permettre le passage de charges électriques, ce sont les conducteurs, alors que d'autres l'interdisent, ce sont les isolants. La notion de conducteurs a déjà été donnée : un conducteur est un corps à l'intérieur duquel des charges électriques peuvent se déplacer librement sous l'action d'une force aussi petite soit-elle. On dit encore qu'un conducteur contient des porteurs de charge, c'est à dire des particules ou groupements de particules chargées, susceptibles de se déplacer en transportant de l'électricité.

On a vu dans des leçons précédentes que pour étudier les milieux conducteurs, on introduit les grandeurs nivelées que sont la charge volumique  $\rho$  et le vecteur courant volumique  $\vec{j}$ , qui peuvent s'écrire à travers la conservation de la charge électrique locale :  $\partial\rho/\partial t = -\text{div } \vec{j}$ . On sait également que dans un milieu conducteur, homogène isotrope la loi d'Ohm est une relation constitutive linéaire qui permet de caractériser ce milieu par sa conductivité  $\gamma$  tel que :

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \quad (1)$$

On va essayer dans cette leçon d'interpréter cette loi à partir de mécanisme microscopiques afin d'expliquer des valeurs aussi différentes de la conductivité. On va ainsi voir l'influence de certains paramètre tel que la structure, composition, température du milieu et à cerner les limites de validité de l'approximation linéaire.

**Rq** : On peut aussi faire une introduction rapide sur la densité de courant qui est plus un rappel.

# 1. Le modèle de Drude

## 1.1 Hypothèses

La découverte de l'électron en 1897 par Thomson eut un impact immédiat sur les théories de structure de la matière et suggéra un mécanisme évident de la conductivité dans les métaux. Quelques années plus tard Drude construisit sa théorie de la conductivité électrique et thermique par application de la théorie cinétique des gaz à un métal, vu comme un gaz d'électron. Il supposa pour un métal, qu'il doit être composé d'au moins deux types de particules, puisque les électrons possèdent une charge négative, alors que le métal est neutre. Ainsi dans ces derniers on peut supposer que lorsque les atomes d'un élément métallique se rassemblent pour former un métal, les électrons de valence se détachent et se déplacent librement dans le métal, pendant que les ions métalliques restent intacts et jouent le rôle des particules immobiles de charge positive de la théorie de Drude.

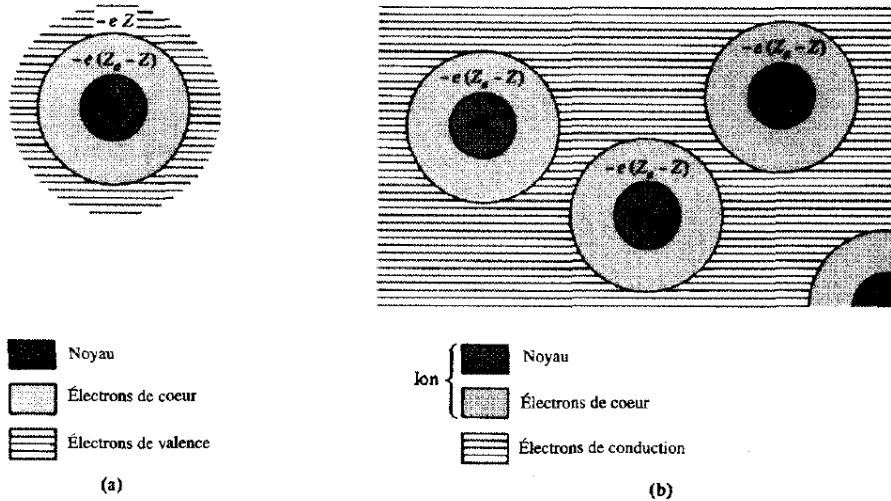


FIGURE 1 – (a) Atome isolé. (b) Dans un métal, le noyau et le cœur ionique maintiennent la configuration de l'atome libre, mais les électrons de valence quittent l'atome pour former un gaz d'électrons.

Il proposa, en utilisant les méthodes de la théorie cinétique d'un gaz dilué neutre, une approche phénoménologique de la conductivité des solides en considérant que les électrons qui participent à la conduction évoluent dans un réseau de charges quasiment immobiles, leur mouvement n'étant limité que par les surfaces infranchissable et des collisions. Néanmoins il dut faire quelques hypothèses :

1. Entre deux collisions, l'interaction d'un électron donné avec les autres électrons et les ions est négligée : en l'absence de tout champ électromagnétique externe, les électrons se déplacent selon un mouvement rectiligne uniforme. En présence de champs extérieurs, le mouvement de chaque électron est déterminé par le principe fondamental de la dynamique en tenant compte de ces champs, mais en négligeant les autres champs provenant des interactions entre électrons (approximation des électrons indépendants) et entre les électrons et ions (approximation des électrons libres) ;
2. Les collisions sont des événements instantanés qui changent de manière abrupte la vitesse d'un électron.
3. Un électron prend part à une collision avec une probabilité par unité de temps  $1/\tau$ .

Ce qui signifie que la probabilité pour qu'un électron subisse une collision dans un intervalle de temps infinitésimal  $dt$  est simplement  $dt/\tau$ . Le temps  $\tau$  est connu sous le nom de temps de relaxation ou temps de collision ou temps de libre parcours moyen. Ce temps est supposé indépendant de la position et de la vitesse de l'électron.

4. Les électrons établissent un équilibre thermique avec leur entourage uniquement par le biais des collisions. Ces collisions sont supposées maintenir l'équilibre thermodynamique local de manière particulièrement simple : immédiatement après chaque collision, l'électron est animé d'une vitesse indépendante de sa vitesse avant collision et ayant une direction aléatoire et une vitesse correspondant à la température dominante au lieu où a eu lieu la collision.

## 1.2 Établissement du modèle

D'après les hypothèses formulées, on peut alors supposer qu'à l'équilibre thermodynamique les vitesses  $\vec{v}_i$  des  $N$  électrons contenus dans tout élément de volume macroscopique sont dirigées au hasard et le vecteur vitesse moyen  $\vec{v}$  est nul :

$$\vec{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{v}_i = 0 \quad (2)$$

Sous l'action d'un champ électrique  $\vec{E}$ , l'isotropie de la distribution des vitesses est rompue et une vitesse de dérive apparaît : c'est la conduction électrique. Notons que, sous le seul effet de  $\vec{E}$  supposé constant, une charge mobile ( $q$ ) acquerrait une accélération constante :

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{q\vec{E}}{m} \quad (3)$$

Considérons des porteurs mobiles, de charge volumique  $\rho_m$  et de masse volumique  $\rho^*$ , contenues dans un élément de volume  $d\mathcal{V}$ , la force de frottement visqueux est linéaire de type Stoke. Cette force opposée à la vitesse de dérive  $\vec{v}$  s'écrit :

$$d\vec{F} = -\alpha \vec{v} d\mathcal{V} \quad (4)$$

avec  $\alpha > 0$ . En admettant que le mouvement de ces charges est provoqué par un champ électrique macroscopique  $\vec{E}$  à l'intérieur du milieu, la loi fondamentale de la mécanique, appliquée à l'élément de volume  $d\mathcal{V}$  donne :

$$\rho^* d\mathcal{V} \frac{d\vec{v}}{dt} = d\vec{F}_e + d\vec{F} \quad (5)$$

avec  $d\vec{F}_e = \rho_m \vec{E} d\mathcal{V}$  la force électrique. Si  $m$  et  $q$  désignent respectivement la masse et la charge du type de porteurs considéré et si  $n_v$  représente leur densité volumique, on a :

$$\rho^* = n_v m \text{ et } \rho_m = n_v q$$

Alors l'équation devient :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q\vec{E}}{m} - \frac{\alpha \vec{v}}{n_v m} \quad (6)$$

On remarque alors que  $(\alpha/(n_v m))^{-1}$  a la dimension d'un temps, on pose alors  $\tau = \rho^*/\alpha$ , qui est le temps entre chaque collision. Il vient alors :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = \frac{q\vec{E}}{m} \quad (7)$$

La solution de cette équation est :

$$v(t) = \frac{q\tau E}{m} \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right) \quad (8)$$

Après un régime transitoire dont la durée caractéristique est  $\tau$ , le porteur mobile atteint une vitesse limite :

$$\vec{v}_{lim} = \frac{q\tau \vec{E}}{m} = \mu \vec{E} \quad (9)$$

avec  $\mu$  est la mobilité, il caractérise un type de porteur déterminé dans le milieu ; il peut être négatif ou positif. On sait que le courant volumique s'écrit  $\vec{j} = n_v q \vec{v}_{lim}$  en régime permanent, alors :

$$\vec{j} = \frac{n_v q^2 \tau}{m} \vec{E} = \gamma \vec{E} \quad (10)$$

où  $\gamma$  est la conductivité électrique statique. Le modèle de Drude permet donc d'établir la loi d'Ohm.

Lorsque l'on a plusieurs porteurs on a :

$$\vec{v}_\alpha = \frac{q_\alpha \tau_\alpha}{m_\alpha} \vec{E} = \mu_\alpha \vec{E} \quad (11)$$

Le courant volumique qui en résulte est :

$$\vec{j} = \sum_\alpha n_\alpha q_\alpha \vec{v}_\alpha = \sum_\alpha n_\alpha q_\alpha \mu_\alpha \vec{E} = \gamma \vec{E} \quad (12)$$

avec  $\gamma = \sum_\alpha \frac{n_\alpha q_\alpha^2 \tau_\alpha}{m_\alpha} > 0$ .

Ainsi la loi d'Ohm peut être interprétée par la limitation de la vitesse de dérive des porteurs, limitation due aux interactions avec le milieu ; la conductivité, qui est toujours positive, dépend, pour chaque type de porteurs présents dans le milieu de leur mobilité et de leur densité volumique.

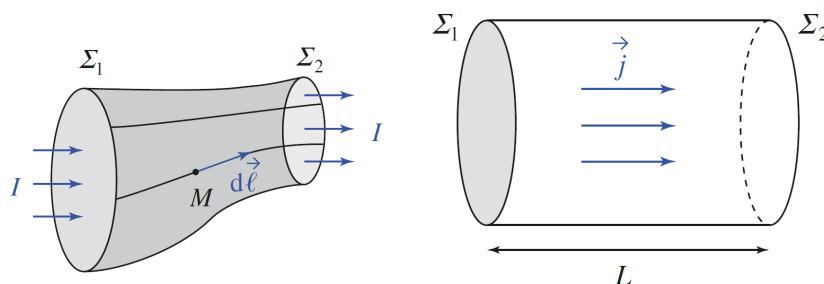
Dans un métal, le courant électrique est dû au mouvement d'ensemble des électrons de conduction (masse  $m_e$ ), de densité volumique  $n_e$ . Par conséquent on a :

$$\mu = -\frac{e\tau}{m_e} \text{ et } \gamma = \frac{n_e e^2 \tau}{m_e}$$

**Rq** : Interprétation collisionnelle page 111 Perez.

**Rq** : Limite de validité de la loi d'Ohm page 115 Perez.

### 1.3 Loi d'Ohm intégrale



Considérons un régime permanent de conduction électrique dans un milieu ohmique de conductivité  $\gamma$ , une portion d'un tube de courant comprise entre deux sections  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$ .

En régime permanent, l'intensité électrique, comptée de  $\Sigma_1$  vers  $\Sigma_2$ , est la même à travers toute section (orientée) du tube de courant :

$$I = \iint_{\Sigma_1} \vec{j}_1 \cdot d\vec{S}_1 = \iint_{\Sigma_2} \vec{j}_2 \cdot d\vec{S}_2 \quad (13)$$

Le champ électrique permanent dérive d'un potentiel scalaire  $V$  :

$$\vec{E} = -\text{grad}V \quad (14)$$

Le vecteur  $\vec{j}$  est parallèle au champ  $\vec{E}$ , et les deux sections  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  perpendiculaires aux lignes de courant constituent des surfaces équipotentielles. La différence de potentiel  $U = V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$  peut alors être calculée sur tout chemin menant de la section  $\Sigma_1$  du tube à la section  $\Sigma_2$ .

Les vecteurs densité de courant  $\vec{j}$  et champ électrique  $\vec{E}$  sont proportionnels et de même sens. Nous pouvons donc définir le rapport :

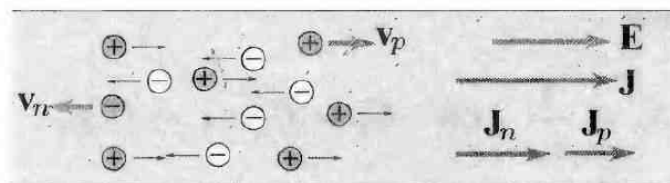
$$R = \frac{U}{I} = \frac{\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{\ell}}{\iint_{\Sigma_1/\Sigma_2} \vec{j} \cdot d\vec{S}} = \frac{\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{\ell}}{\gamma \iint_{\Sigma_1/\Sigma_2} \vec{E} \cdot d\vec{S}} = \frac{EL}{jS} = \frac{L}{\gamma S} = \frac{\rho_R L}{S} \quad (15)$$

où  $\rho_R = 1/\gamma$  est la résistivité du milieu en  $\Omega.m$ . Ce rapport nous permet de définir la résistance  $R$  de cet élément du milieu ohmique et permet de retrouver la relation usuelle  $U = RI$ .

## 1.4 Semi-conducteurs et isolants

Dans les solides, l'échelle des conductivités permet de classer les différents matériaux. Les meilleurs conducteurs sont les métaux dans lesquels  $\gamma$  est supérieur à  $10^4 S.m^{-1}$ , à température ambiante. Les semi-conducteurs, comme le germanium ou le silicium, sont des matériaux de conductivité plus faible :  $10^{-6} < \gamma < 10^4 S.m^{-1}$ . Enfin les meilleurs isolants sont certains verres ou matières plastiques pour lesquels la conductivité est inférieure à  $10^{-6} S.m^{-1}$ .

Cependant, cette classification est imprécise car, pour un même matériau,  $\gamma$  dépend de façon spectaculaire de la nature cristalline, de la pureté et de la température. En fait, la véritable distinction entre un métal, un semi-conducteur ou un isolant réside dans les mécanismes responsables de la conduction, car ce sont eux qui permettent d'expliquer les différentes variations de la conductivité avec la température ou avec l'introduction d'impuretés.



Dans un semi-conducteur, deux types de porteurs sont pris en compte : les électrons et les trous. Si  $n_e$  et  $n_p$  désignent les densités volumiques respectives des électrons et des trous,  $\mu_e$  et  $\mu_p$  les mobilités associées, les vitesses de dérive s'écrivent :

$$\vec{v}_n = \mu_e \vec{E} \text{ et } \vec{v}_p = \mu_p \vec{E}$$

Notons que  $\mu_e$  est négatif et donc que les vecteurs  $\vec{j}_p$  et  $\vec{j}_n$  sont de même sens :

$$\vec{j}_n = n_e(-e)\mu_e \vec{E} \text{ et } \vec{j}_p = n_p e \mu_p \vec{E}$$

Il en résulte :

$$\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_p = e(-n_e\mu_e + n_p\mu_p) \vec{E} = \gamma \vec{E} \text{ avec } \gamma = e(-n_e\mu_e + n_p\mu_p) = e(n_e|\mu_e| + n_p\mu_p)$$

Si le semi-conducteur est pur, les trous et les électrons qui assurent la conduction proviennent de la création de paires ; il s sont ainsi en quantité égales :  $n_e = n_p = n_i$ . La conductivité intrinsèque  $\gamma_i$  vaut donc :

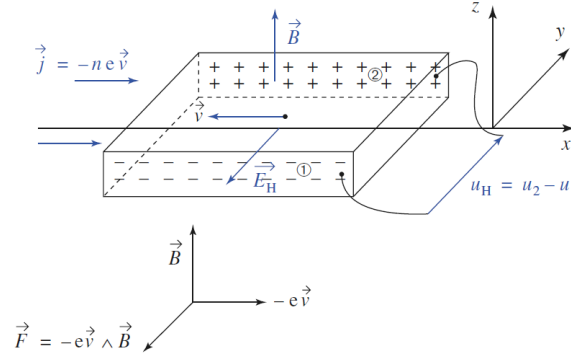
$$\gamma_i = n_i e (|\mu_e| + \mu_p) \quad (16)$$

**Rq :** Pour avoir la théorie de Drude appliqué à un électrolyte voir page 114 du Perez ou page 170 du Bertin-Faroux.

## 2. Application à la mesure de champ : Effet Hall

### 2.1 Effet Hall

L'effet Hall a été découvert par Edwin Herbert Hall en 1879, lors de sa thèse de doctorat. Il a mis en évidence l'apparition d'une différence de potentiel dans un ruban de feuille d'or soumis à l'action d'un champ magnétique perpendiculairement au ruban, parcourue par un courant d'intensité  $I$ , dans une direction perpendiculaire à la fois au courant et au champ magnétique.



Considérons un fil conducteur dont nous modélisons la section par un rectangle de côtés de longueurs  $a$  et  $b$ . Ce fil, soumis à un champ électrique  $\vec{E}_0$ , est le siège d'un courant de conduction dirigé selon  $(Ox)$ .

Dans le fil contenant  $n$  porteur de charges mobiles, de vitesse de dérive  $\vec{v}$  et charge  $q$  ( $q = -e$ ), la densité volumique de courant électrique est :

$$\vec{j} = nq\vec{v} \quad (17)$$

L'effet d'un champ magnétique  $\vec{B} = B\vec{e}_z$ , appliqué au conducteur, se traduit par l'apparition d'une force de Lorentz supplémentaire :

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} = -qvB\vec{e}_y \quad (18)$$

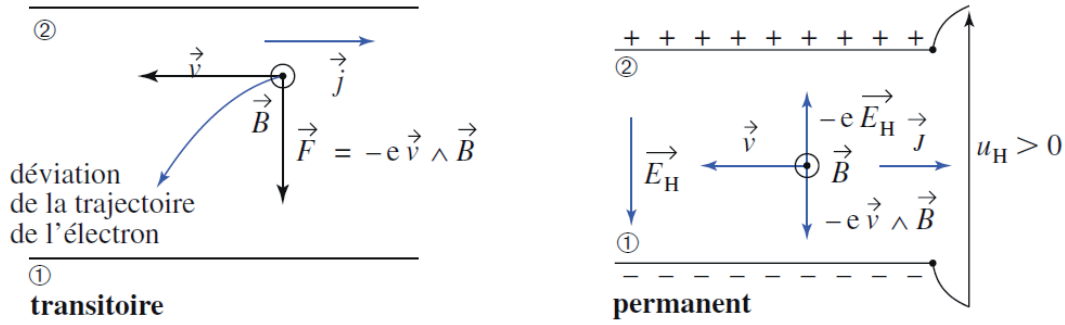


FIGURE 2 - (a) régime transitoire ; (b) régime permanent

### Régime transitoire

Cette force (moyenne, car nous nous intéressons au comportement collectif des porteurs de charge mobiles) tend à dévier le porteur de charge de sa trajectoire dans la direction de l'axe ( $Oy$ ). Si les charge de conduction sont des électrons, de vitesse  $\vec{v}$  dirigée à l'opposée du vecteur densité de courant  $\vec{j}$ , cette force tend à les déplacer vers la face 1. Celle-ci se charge négativement alors que la face 2 accuse un défaut électronique.

Les charges surfacique qui apparaissent créent à leur tour un champ électrique, appelé champ de Hall, qui agit à son tour sur les électrons de conduction.

### Régime permanent

Ce champ de Hall s'oppose à la force de déviation précédente. le système doit tendre vers un nouveau régime permanent, où la force de déviation et la force créée par le champ de Hall se compensent, le mouvement des charges de conduction étant le même qu'en l'absence de champ magnétique :

$$\begin{aligned} q\vec{E}_H + q\vec{v} \wedge \vec{B} &= \vec{0} \\ \Rightarrow \vec{E}_H &= -\vec{v} \wedge \vec{B} = R_H \vec{B} \wedge \vec{j} \end{aligned} \quad (19)$$

où  $R_H = 1/(nq)$  est la constante de Hall du milieu.

## 2.2 Tension de Hall

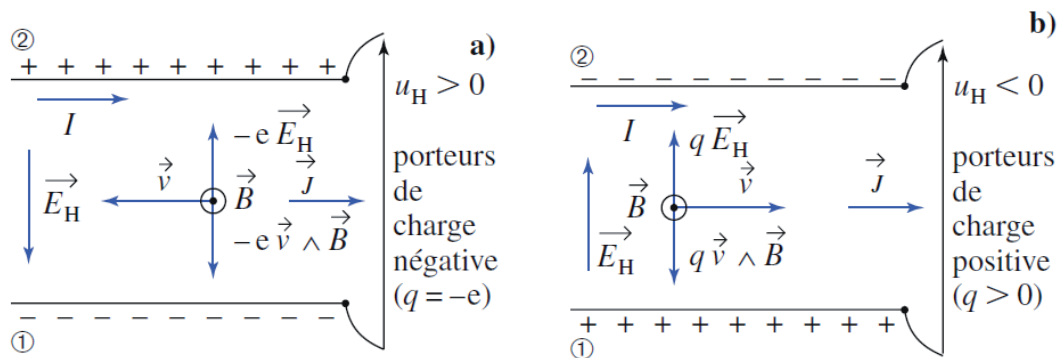


FIGURE 3 - (a) porteurs de charge négative ; (b) porteurs de charge positive

Le modèle que nous venons de présenter est trop simpliste pour qu'il soit possible de lui accorder un crédit illimité, mais il permet de rendre compte de l'apparition, entre les faces 1 et 2, d'une tension de Hall :

$$U_H = \int_1^2 -\vec{E}_H \cdot d\vec{\ell} = -bE_H = -\frac{jb}{nq}B = -\frac{1}{nqa}IB \quad (20)$$

car  $I = jab$ .

Le signe de la tension de Hall est lié au signe des porteurs de charges mobile. Pour un même courant  $I$ , les tensions de Hall données par :

- un ruban conducteur où les porteurs de charges sont des électrons ( $q = e$ );
- et un ruban semi-conducteur dont les porteurs de charges sont majoritairement des trous (lacunes électroniques  $q = +e$ );

seront de signe opposées. Nous pouvons aussi nous en convaincre en observant que l'effet de déviation du champ magnétique est semblable pour un porteur " $+q, \vec{v}$ " ou un porteur " $-q, -\vec{v}$ ", alors que les champs de Hall seront opposés.

Pour un courant  $I$  et un ruban (de facteur  $1/(nqa)$ ) donnés, la tension de Hall permet une détermination de la valeur du champ magnétique : c'est le principe de fonctionnement d'une sonde de Hall.

**Rq :** Pour le modèle et Hall des forces de Laplace voir page 25 du H-prépa ou page 595 du Sanz.

**Rq :** Pour l'aspect énergétique voir page 595 du Sanz.

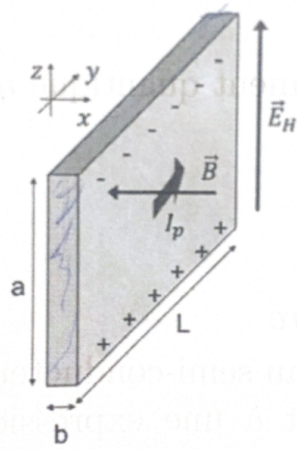
## 2.3 Expérimentation

**MANIP :** page 139 du Quaranta nouvelle édition.

Lorsqu'un morceau de semi-conducteur parcouru par un courant  $I$  selon  $(Ox)$  est plongé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  suivant  $(Oz)$ , la force de Lorentz  $q\vec{v} \wedge \vec{B}$  entraîne les porteurs dans la direction perpendiculaire. Il apparaît un champ électrique transversale parallèle à  $Oy$ , dit champs de Hall, qui compense exactement la force de Lorentz :  $\vec{E}_H = -\vec{v} \wedge \vec{B}$ . Les charges s'accumulent aux limites du semi-conducteur donnant lieu à la tension de Hall  $V_H$ . Le courant  $I_p$  circulant donne la vitesse des porteurs :  $j = I_p/S = nqv$  où  $S = a \times b$  est la section transverse de la plaquette. On en déduit :

$$E_H = \frac{I_p B}{abnq} \Rightarrow V_H = \frac{I_p B}{bnq} \quad (21)$$



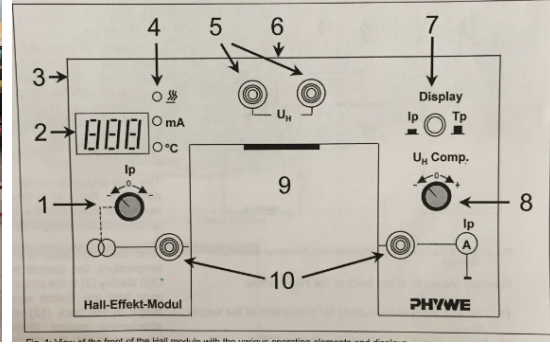


La tension de Hall permet ainsi de remonter au dopage, n (ou p) et à la mobilité du matériau étudié.

Le champ magnétique  $B$  est créé par un électroaimant parcouru par un courant d'intensité  $I_B$ .



Dans un premier temps il faut établir la courbe d'étalonnage  $B(I_B)$ , du champ magnétique  $B$  mesuré par une sonde de Hall en fonction du courant  $I_B$  circulant dans les bobines (ici nous on a  $1mV = 0.1T$  pour la sonde). On place les barres de l'entrefer en sens opposé pour avoir un champ magnétique le plus homogène possible dans l'entrefer. On récupère le coefficient directeur de la pente de la représentation graphique.



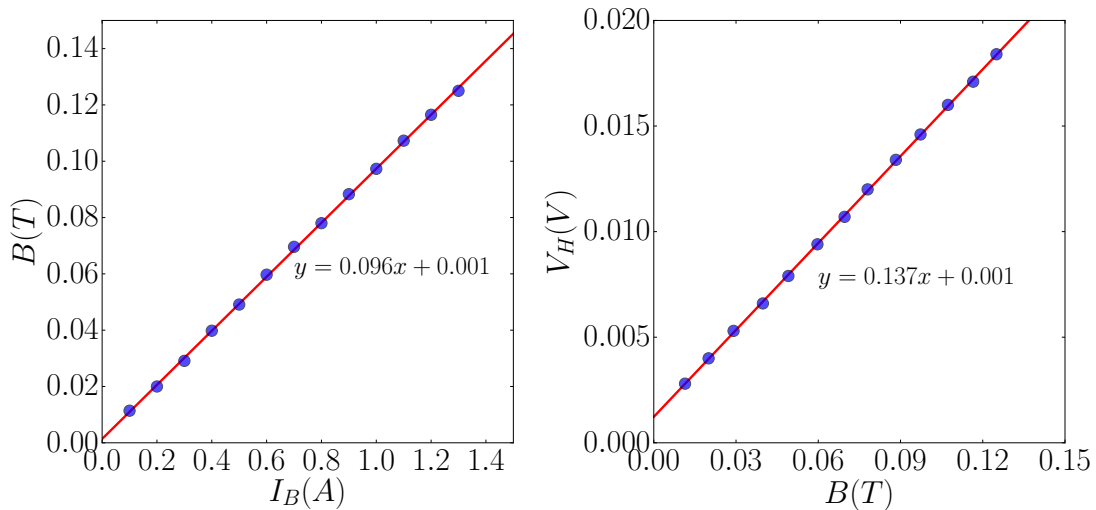
Puis on place la plaquette dans l'entrefer de l'électroaimant. On fixe le courant traversant le semi-conducteur autour de  $I_p = 20mA$  en alimentant la plaquette par une tension alternative de 12eV, car la tension alternative permet aussi de faire des mesures de température. On mesure ainsi la tension de Hall à l'aide d'un voltmètre pour différentes valeurs du champ magnétique (en fixant les valeurs de  $I_B$ ). On sait que  $U_H = \alpha B$ , avec  $\alpha = I_p/(bnq)$ . On trouve  $\alpha = 0,14SI$ . Puis on mesure la tension sur les bornes 10 de la plaquette sans champ magnétique, ni courant traversant les bobines. On trouve  $U = 0,76V$ . On a  $I_p = 20mA$ , alors on trouve  $R = U/I = 38\Omega$ . On en déduit alors la conductivité :

$$\gamma = \frac{L}{R\gamma} = 51,8 \Omega^{-1}.m^{-1} \quad (22)$$

Connaissant la conductivité et  $ne = I_p/(\alpha b)$ , on en déduit la mobilité :

$$\mu = \frac{\gamma}{ne} = 3625,93 \text{ cm}^2V^{-1}s^{-1} \quad (23)$$

Ces valeurs sont à comparer avec les valeurs théoriques.



### 3. Limites du modèle de Drude

#### 3.1 Limites

Pour montrer les limites d'une description classique de la conductivité des solides, estimons la vitesse quadratique moyenne  $v_q$  d'un gaz parfait d'électrons à température

ambiante ( $T = 300K$ ). Compte tenu de l'énergie cinétique moyenne d'un électron  $U = m_e v_q^2/2$  et de la définition de la température, il vient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_e v_q^2 &= \frac{3}{2} k_B T \\ \Leftrightarrow v_q &= \left( \frac{3k_B T}{m_e} \right)^{1/2} = 0,12 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1} \end{aligned} \quad (24)$$

Il en résulte que dans le cuivre, le libre parcours moyen  $\ell$  entre deux collisions aurait pour valeur :

$$\ell = v_q \tau \sim 2,8 \text{ nm}$$

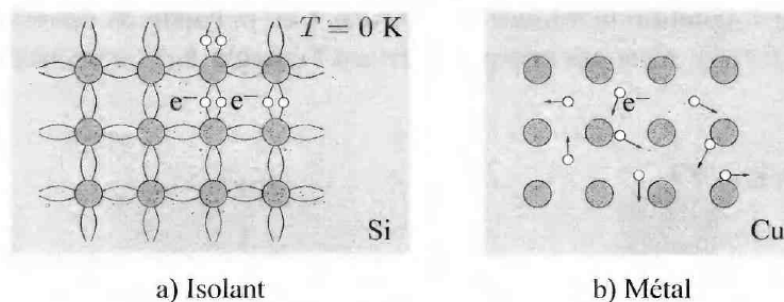
Cette valeur est très supérieure, d'au moins un ordre de grandeur, aux distances interatomiques ( $\approx 0,2 \text{ nm}$ ). D'ailleurs les mesures expérimentales de ce libre parcours moyen montrent qu'il est encore plus élevé et qu'il augmente avec un abaissement de la température, deux résultats incompatibles avec une description classique du gaz d'électrons. Il en résulte que ce ne sont pas les collisions sur les ions du réseau qui sont responsables de la loi d'Ohm. En effet expérimentalement on a  $\gamma \propto 1/T$  et avec le modèle de Drude  $\gamma \propto 1/\sqrt{T}$ .

En outre le modèle de Drude s'avère incapable de rendre compte des différences essentielles entre métaux, semi-conducteurs et isolants. La conductivité des solides ne peut être interprétée que dans le cadre de la mécanique quantique.

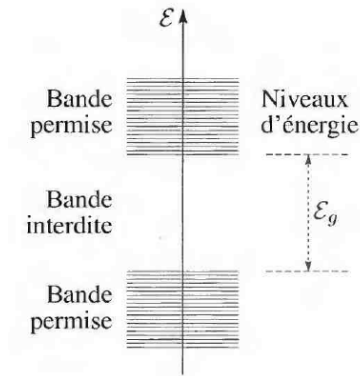
## 3.2 Théorie des bandes

### Structure de bande

Un solide peut être décrit comme un ensemble rigide d'atomes, dont la stabilité est assurée par des liaisons. Si les matériaux sont constitués d'un seul élément chimique, comme le cuivre ou le silicium, ces liaisons sont soit métalliques soit covalentes. Ces deux types de liaisons correspondent aux deux catégories principales de solides, relativement à la conduction électrique : les conducteurs et les isolants.



Dans un isolant, tous les électrons des couches atomiques externes sont liés car ils participent aux liaisons. En revanche, dans un métal, certains électrons sont libres d'évoluer dans tout le réseau, ce qui leur permet d'assurer la conduction électrique.



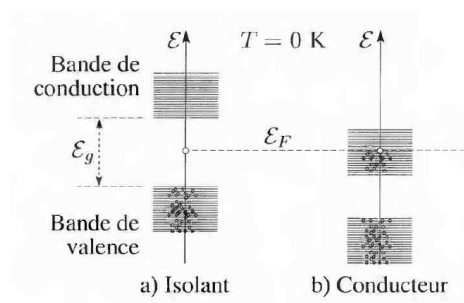
En physique quantique, on montre que, dans un atome, l'énergie d'un électron est quantifiée, c'est à dire qu'elle ne peut prendre que des valeurs déterminées appelées niveaux d'énergie. Dans un solide, sous l'effet combiné des interactions et de la périodicité ces niveaux se rassemblent et forment des bandes d'énergie à l'intérieur desquelles la différence entre les niveaux successifs est si faible que l'on peut considérer que l'énergie varie de manière continue. En revanche, entre différentes bandes d'énergie, existe un large domaine d'énergies interdites, appelé bande interdite ou gap.

### Niveau de Fermi dans les isolants et les conducteurs

La répartition des électrons sur les différents niveaux d'énergie obéit au principe d'exclusion de Pauli, selon lequel un état quantique ne peut être occupé par plus d'un électron. De ce fait, elle suit une loi statistique, établie en 1926 par Fermi et Dirac, qui donne la probabilité d'occupation  $p(\mathcal{E})$  d'énergie  $\mathcal{E}$ .

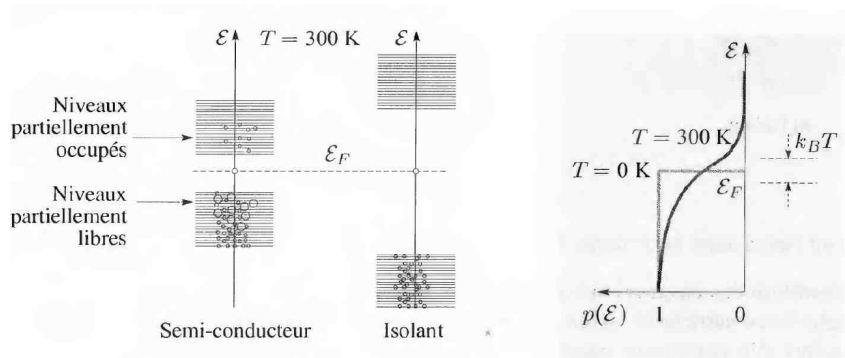
A basse température ( $T \approx 0K$ ) seuls les niveaux d'énergie inférieur à une certaine valeur  $\mathcal{E}_F$ , appelée énergie de Fermi, sont occupés. La distinction entre isolant et conducteur n'est finalement liée qu'à la position du niveau de Fermi dans le diagramme énergétique des bandes :

- Si le niveau de Fermi est situé dans une bande interdite, tous les niveaux de la bande permise d'énergie inférieure, appelée bande de valence, sont occupés. Tous ceux de la bande permise d'énergie supérieure, appelée bande de conduction, sont libres. Il est alors impossible de modifier cette répartition sans fournir une énergie importante. En effet, cette énergie doit être supérieure au gap  $\mathcal{E}_g$  pour qu'un électron de la bande de valence accède à la bande de conduction. Comme un champ électrique usuel est insuffisant pour réaliser une telle transition, les électrons restent tous liés et le matériau est isolant.
- Si le niveau de Fermi est situé dans une bande permise, des électrons peuvent, sous l'action d'un champ électrique, acquérir de l'énergie et occuper des niveaux d'énergie supérieure inoccupés en l'absence du champ : le matériau est alors conducteur.



## Semi-conducteurs

Un semi-conducteur ne se distingue d'un isolant que par une largeur de la bande interdite  $\mathcal{E}_g$  plus faible. Cette distinction apparaît clairement si l'on examine l'action de la température sur la probabilité d'occupation  $p(\mathcal{E})$ . Lorsque la température est différente de 0K la transition de la valeur 1 à 0 de cette probabilité, au voisinage de  $\mathcal{E}_F$ , n'est pas abrupte. Certains niveaux, d'énergie  $\mathcal{E} > \mathcal{E}_F$ , peuvent être occupés, l'énergie supplémentaire pour que des électrons y accèdent étant fournie par l'agitation thermique. Des niveaux de la bande de conduction peuvent être ainsi occupés, si l'écart  $\mathcal{E} - \mathcal{E}_F$  n'est pas trop grande devant l'énergie  $k_B T$ , caractéristique de l'agitation thermique.



Alors que, dans un métal, l'influence de la température sur la répartition des électrons dans la bande de conduction est sans effet particulier, dans un semi-conducteur, l'effet est spectaculaire : isolant parfait à 0K le semi-conducteur devient conducteur à température ambiante. À cette température les électrons qui sont dans la bande de conduction peuvent occuper, sous l'action d'un champ électrique, des niveaux d'énergie immédiatement supérieure ; la conductivité électrique par des électrons de conduction est ainsi possible. En outre, certains niveaux du haut de la bande de valence sont également disponibles en raison du transfert dans la bande de conduction des électrons qui s'y trouvaient. Les trous ainsi créés peuvent être ensuite comblés par d'autres électrons de valence ; on peut alors décrire le déplacement de ces électrons sous l'action d'un champ électrique comme un déplacement de trous en sens inverse.

L'énergie d'agitation thermique n'étant que de quelques dizaines de meV, à température ambiante, les propriétés des semi-conducteurs ne sont observées que pour des matériaux dont la largeur de bande interdite n'est pas très élevée ( $\mathcal{E}_g \sim 1\text{eV}$ ). Si cette largeur est très grande (plusieurs eV), le matériau reste isolant à température ambiante.

	Ge	Si	Diamant	Silice
$\mathcal{E}_g$ (eV)	0,67	1,14	5,4	$\sim 10$

**Rq :** L'énergie nécessaire à un électron pour passer de la bande de valence à la bande de conduction peut lui être fournie par un rayonnement dans le cadre de l'absorption de lumière où l'énergie  $h\nu$  du photon doit être suffisante pour créer une paire électron-trou :  $h\nu \geq \mathcal{E}_g$ . Propriété de photoconductivité.

## Paramètres influant

Les paramètres influant sur la conductivité d'un matériau peuvent être :

- La température : Pour un conducteur, lorsque  $T$  augmente, les vibrations du réseau augmentent, les collisions électrons-phonons augmentent,  $v$  diminue et au final,  $\gamma$  diminue. Pour un semi-conducteur, lorsque  $T$  augmente,  $v$  diminue aussi, mais surtout  $n$  augmente (franchissement du gap par les  $e^-$ ) et au final,  $\gamma$  augmente.
- Les impuretés : la présence d'atomes étrangers dans le réseau d'un semi-conducteur rompt la symétrie de translation du cristal et donc diminue la mobilité des porteur :  $v$  et  $\gamma$  diminuent pour un porteur. Pour un semi-conducteur, certains types d'impuretés permettent d'augmenter  $n$  : c'est le dopage. Par exemple, dans un cristal de silicium (tétravalent), cela consiste en le remplacement d'un atome de Si par un atome de phosphore (pentavalent) ou de bore (trivalent). Dans le premier cas, il y a un électron en trop pour assurer la liaison : il est faiblement lié et une faible agitation thermique va suffire à le faire passer dans la bande de conduction : on parle de dopage n car le porteur est un électron négatif. Dans le deuxième cas, il manque un électron pour assurer les liaisons, ce manque peut facilement être comblé par un autre électron, mais un trou se crée là où l'électron se trouvait, et c'est ce trou qui se déplace de proche en proche : on parle de dopage p car le porteur est un trou positif. De très faibles taux d'impuretés (ppm) peuvent modifier considérablement la conductivité, et, pour le dopage à température ambiante, on peut considérer que celle-ci est uniquement due aux impuretés (on est alors en régime extrinsèque, par opposition au régime intrinsèque).

**Rq :** Pour plus de détails et la mise en équation de ces facteurs influant voir page 119-121 du Perez et page 167 du Bertin.

**Rq :** On peut regarder des idées de manip dans le Quaranta ancienne version page 432 sur les thermistances pour déduire  $\mathcal{E}_g$  du semi-conducteur la constituant.

## Conclusion

Nous avons pu voir dans cette leçon que la conductivité est un paramètre qui caractérise la réponse que donne un milieu matériel lorsqu'on le soumet à l'action d'un champ électrique macroscopique.

L'interprétation microscopique du phénomène permet de rendre compte du large éventail des valeurs de conductivité. Deux paramètres essentiels caractérisent les différentes charges mobiles dans un milieu donné : leur mobilité  $\mu$  et leur densité volumique  $n$ . Ces paramètres sont directement liés à la structure, à la nature des constituants et à la température.

Ainsi via le phénomène de conduction électrique on peut discerner différents types de milieu :

- les métaux ( $\gamma$  élevé) la conduction est assurée par des électrons ;  $\gamma$  diminue avec la température ;
- les isolants ( $\gamma$  presque nul) toutes les charges (ions et électrons) sont liées et assurent les liaisons chimiques ;
- semi-conducteurs ( $\gamma$  faible ou moyen) la conduction est assurée par les électrons et les trous ;  $\gamma$  augmente rapidement avec la température et la présence d'impuretés dopantes.

Il y a aussi les électrolytes et plasma qui peuvent être discernés. (voir page 114-115 du Perez).

Ces phénomènes de conduction sont très utiles pour la transmission de données, mais aussi pour effectuer des mesures. En effet, les semi-conducteurs sont présents dans bien des capteurs comme les photo-diodes ou en électronique pour effectuer des opérations logiques.

**Rq :** Voir sur les diodes, transistor et supraconductivité voir BUP.

**Rq :** Voir sur la conductivité thermique page 23 du Ashcroft.

**Rq :** Voir le rapport des conductivités thermiques et électrique page 147 du Kittel, important d'avoir une idée sur la loi de Wiedemann-Franz ou bien page 27 du Ashcroft.

**Rq :** Avoir des infos sur la théorie de Sommerfeld page 33 du Ashcroft.

**Rq :** Savoir ce qu'il se passe en régime variable, c.a.d la conductivité en régime alternatif, page 18 du Ashcroft et page 589 du Sanz.