

L.P. 37 - Absorption et émission de la lumière

Benjamin Marchetti

Niveau : L3

Pré-requis

- Mécanique
- Optique
- Résonance

Bibliographie

- Physique tout en un PC-PC*, Sanz, *Dunod*
- Quantique : fondements et applications, Perez, *De Boeck*
- Expériences d'optique, Duffait, *Bréal*
- Les lasers, Hennequin, *Dunod*
- Physique atomique, Cagnac, *Dunod*
- BUP n.655, Barrat (1983)
- BUP n.924, Gitton (2010)
- Optique, Houard, *De Boeck*

Leçon assez lourde en terme de notation donc il faut faire attention. En plus de cela bien vérifier que les indices soient bon et valable pour chaque formule il doit y avoir des coquilles. Sinon il est important de bien faire les manips donc si c'est trop long ne pas hésiter à ne pas aborder la partie laser ou bien abréger tous les calculs pour aller à l'essentiel.

Introduction

La lumière est un objet qui est souvent manipulé par le physicien et qui peut être modélisée de multiples manières. Une des modélisations possible, le photon, fait lien avec la nature quantique de l'atome et des niveaux discrets d'énergie dû au confinement de celui-ci. Nous allons donc étudier les divers moyens d'émission de la lumière et l'absorption de celle-ci.

1. Phénomène d'émission

1.1 Source thermique

MANIP : Lampe à filament - détail à la fin.

Le rayonnement électromagnétique émis par les corps condensés, en équilibre thermique à une température T , peut se ramener à celui d'un corps idéal, appelé corps noir, qui possède des propriétés universelles, c'est à dire indépendantes de la composition de ces corps.



La propriété essentielle d'un corps noir, qui permet de le définir, est qu'il absorbe toutes les radiations qu'il reçoit. Par exemple, un petit trou percé à la surface d'un corps creux constitue un corps noir : tout rayonnement qui pénètre dans la cavité n'en ressort pas, car il est absorbé à la suite de multiples réflexions sur la surface intérieure du corps. L'énergie ainsi échangé par un tel corps ne sert qu'à modifier sa température, laquelle détermine le rayonnement électromagnétique émis. À température ordinaire (293K), le rayonnement qu'émet un corps noir est pauvre en radiations visibles ; il semble donc noir, d'où son nom. À une température plus élevée, ce même corps émet un rayonnement qui peut être visible.

La grandeur qui permet de mesurer le rayonnement émis est l'existence spectrale M_ν , c'est à dire le flux énergétique (puissance rayonnée) par unité de surface émissive et par unité de fréquence ν . Les physiciens ont montré à la fin du XIXe siècle que la densité spectrale d'énergie w_ν du rayonnement électromagnétique (la répartition de l'énergie volumique du champ électromagnétique selon ses composantes monochromatiques) est donnée par :

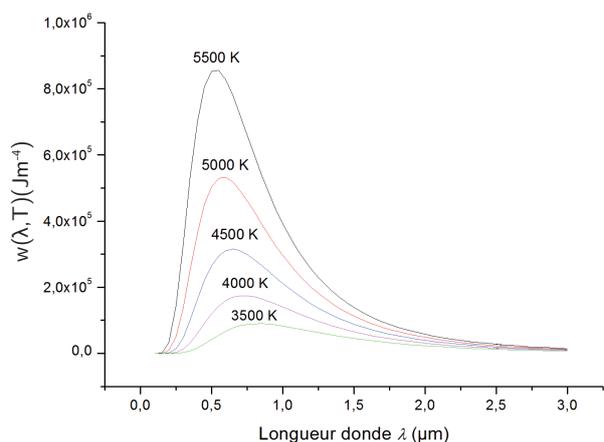
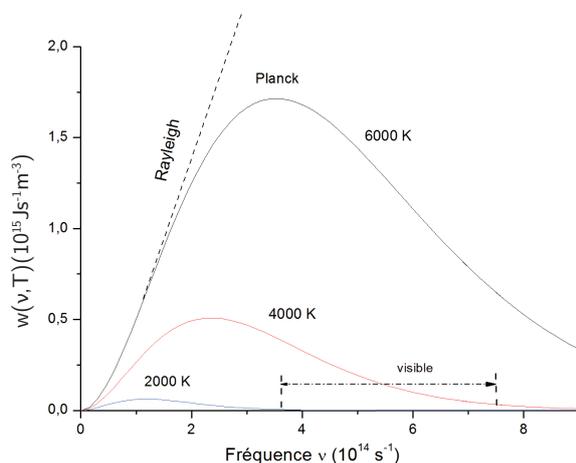
$$w_\nu = \frac{4M_\nu}{c} \quad (1)$$

Mais pour un corps noir son rayonnement émis dépend de sa température. C'est Planck qui donna la relation entre w_ν et la température par la loi qui porte son nom :

$$w_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(\beta h\nu) - 1} \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow M_\nu = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(\beta h\nu) - 1}$$

avec $\beta = 1/(k_B T)$ et h la constante de Planck.



On peut alors représenter w_ν en fonction de ν pour différentes température : on remarque que pour une température fixée, w_ν passe par un maximum pour une certaine valeur de ν .

Aux basses fréquences ($h\nu/k_B T \ll 1$), on a $\exp(\beta h\nu) - 1 \approx \beta h\nu$, de sorte que l'on trouve la forme en $\nu^2 T$ proposée par Rayleigh :

$$w_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3\beta} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}k_B T \quad (3)$$

Aux hautes fréquences ($h\nu/k_B T \gg 1$), on aboutit à l'expression de Wien :

$$w_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \exp(-\beta h\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right) \quad (4)$$

La distribution spectrale du rayonnement, selon ses composantes monochromatiques, que l'on obtient expérimentalement à l'aide de spectromètres (prisme ou réseau), est le plus souvent donnée, en fonction de la longueur d'onde λ (dans le vide), par la densité monochromatique d'énergie électromagnétique $w_\lambda(\lambda, T)$, laquelle est liée à la densité spectrale d'énergie $w_\lambda(\nu, T)$ par la relation :

$$w_\lambda(\lambda, T)d\lambda = -w_\nu(\nu, T)d\nu \text{ soit } w_\lambda(\lambda, T) = -w_\nu(\nu, T)\frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{c}{\lambda^2}w_\nu(\nu, T) \text{ car } \frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}$$

On a alors :

$$w_\lambda(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(\beta hc/\lambda) - 1} \quad (5)$$

On remarque que cette courbe passe par un maximum pour une longueur d'onde λ_m liée à la température absolue T par la loi :

$$\lambda_m T \approx 2898 \mu m.K \quad (6)$$

Plus la température est grande, plus la longueur d'onde λ_m est petite.

On peut également montrer à partir de ces formulation la loi de Stefan-Boltzmann : on cherche à exprimer la puissance surfacique totale (pour toutes les pulsations) émises par un corps noir. Si ϕ_e est la puissance émise par unité de surface d'un corps noir, on a $d\phi_e/d\omega = cw_\nu/4$. La puissance totale étant obtenue en sommant toutes ces puissances pour chaque pulsation, on cherche donc à calculer :

$$\int_0^\infty \frac{\hbar}{4\pi^2 c^2} \frac{\omega^3}{\exp(\hbar\omega/(k_B T)) - 1} d\omega \quad (7)$$

En effectuant le changement de variable $x = \hbar\omega/(k_B T)$ il vient :

$$P_S = \frac{(k_B T)^4}{4\pi^2 c^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{\exp(x) - 1} dx = \sigma T^4 \quad (8)$$

avec $\sigma = \frac{k_B^4}{4\pi^2 c^2 \hbar^3} \frac{\pi^4}{15} \approx 5,67.10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}$. On peut vérifier cette loi expérimentalement !

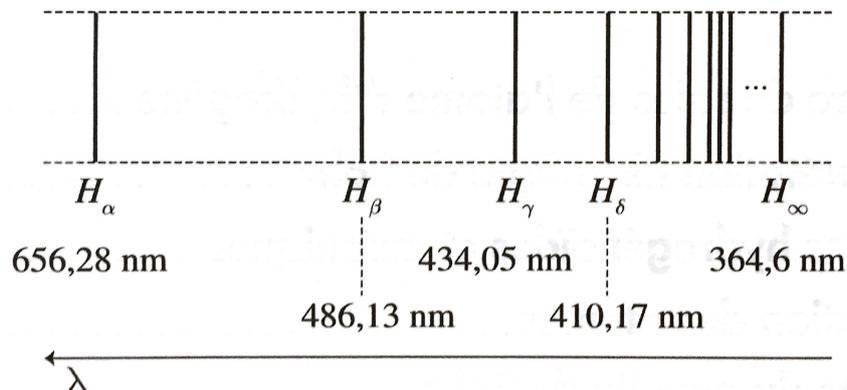
1.2 Source spectrale

Alors que le spectre d'émission d'une lampe à incandescence est continu et passe par un maximum qui dépend de la température, conformément à l'analyse de Planck, le spectre d'émission d'une lampe à vapeur de mercure, par exemple, est formé de raies : c'est ce que l'on peut montrer en utilisant un réseau. Ce système donne alors de la fente plusieurs images associées à chacune des composantes monochromatiques du rayonnement émis par la source.

Spectre de Raies de l'atome d'hydrogène

MANIP : Faire la manip avec la lampe d'hydrogène et spectromètre à fibre optique pour la mesure de la constante de Rydberg page 134 du Duffait.

Dans le domaine visible, le spectre de l'atome d'hydrogène présente de nombreuses raies dont la plus intense est la raie rouge H_α , de longueur d'onde $\lambda_\alpha \approx 656nm$. Au fur et à mesure que l'on s'approche des faibles longueurs d'onde et donc du violet, les raies se resserrent jusqu'à une raie limite H_∞ de longueurs d'onde $\lambda_\infty \approx 365nm$. C'est ce que découvrit l'astronome Huggins en 1881 en observant le spectre du rayonnement émis par les étoiles.



En 1885, Johann Balmer, remarqua que les longueurs d'onde de ces raies pouvaient être retrouvées à l'aide d'une formule simple comportant des nombres entiers :

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad (9)$$

avec $n > 2$. Ce qui fut écrit par le physicien Johannes Rydberg sous l'autre forme :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (10)$$

où $R_H = 4/B = 10967758,10m^{-1}$ est la constante de Rydberg. On peut ainsi retrouver les valeurs des longueurs d'onde λ_α et λ_∞ de H_α et H_∞ respectivement par :

$$\frac{1}{\lambda_\alpha} = R_H \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \text{ et } \frac{1}{\lambda_\infty} = R_H \frac{1}{4}$$

En généralisant la formule de Rydberg devient :

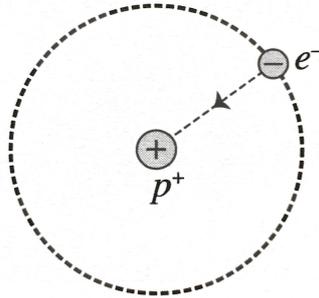
$$\frac{1}{\lambda_m} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (11)$$

avec $m < n$. pour $m = 1$ on obtient la série ultraviolette trouvée par Lyman en 1906 ; à $m = 2$ correspond la série visible de Balmer et aux valeurs $m = 3, 4, 5$ et 6 sont associées respectivement les séries infrarouges découverte par Pashen en 1908, Brackett en 1922, Pfund en 1924 et Humphreys en 1953.

Quantification des énergies

Historiquement, les raies du spectre des atomes furent observées pour la première fois par Kirchoff et Robert Busen en dans les années 1850 ; le physicien suédois Anders Angström obtient, en 1853, le spectre du corps le plus simple l'hydrogène.

Ce n'est qu'en 1913 qu'une première interprétation de ce spectre fut proposée par Bohr. Le point de départ de sa théorie fut la formule de Balmer et le modèle planétaire de l'atome d'hydrogène, tel qu'il avait été initialement élaboré par Rutherford : l'électron décrit uniformément un cercle, sous l'action de la force électrique exercée par le proton e , à la manière d'une planète dans son mouvement autour du Soleil sous la force de la force de gravitation. Bohr proposa ce modèle planétaire en 1913, après un séjour de quatre mois à Manchester dans le laboratoire dirigé par Rutherford



Dans le référentiel du laboratoire, dans lequel le proton beaucoup plus massif que l'électron est supposé fixe, l'application de la loi fondamentale de la dynamique à l'électron, en mouvement circulaire uniforme, donne l'équation vectorielle suivante, la force électrique étant bien plus intense que la force de gravitation mutuelle et que la force de pesanteur terrestre :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \vec{e}_r \text{ soit } a_n = \frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{q_e^2}{r^2} \text{ avec } q_e^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$$

en explicitant l'accélération normale. On en déduit l'énergie cinétique E_k de l'électron et l'énergie potentielle E_p d'interaction dont l'origine est prise pour r infini :

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{q_e^2}{2r} \text{ et } E_p = -\frac{q_e^2}{r}$$

d'où les relations suivantes, analogues à celles d'un satellite artificiel en mouvement circulaire autour de la Terre, entre E_k , E_p et l'énergie mécanique de l'électron $E_m = E_k + E_p$:

$$E_m = E_k + E_p = -\frac{q_e^2}{2r} = \frac{E_p}{2} = -E_k \quad (12)$$

Bohr formula deux hypothèses :

1. Dans certains états de l'atome d'hydrogène dits stationnaires, pour lesquels le moment cinétique est un multiple entier de h , l'électron, en mouvement circulaire uniforme, bien qu'accélééré, ne rayonne pas d'énergie.

Il vient donc en introduisant l'entier n :

$$\vec{L}_n = \vec{r} \wedge \vec{p} = L_n \vec{e}_z \text{ avec } L_n = m_e v_n r_n = n\hbar$$

Comme, en outre $E_k = m_e v_n^2 / 2 = q_e^2 / (2r_n)$, on obtient, en éliminant la vitesse, le rayon r_n de la trajectoire :

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2}{m_e q_e^2} = n^2 r_1 \quad \text{avec} \quad r_1 = \frac{\hbar^2}{m_e q_e^2} = \frac{4\pi\epsilon_0}{m_e e^2} \approx 52,9 \cdot 10^{-12} \text{m} \quad (13)$$

représente une longueur caractéristique en physique atomique, appelée le rayon de l'atome de Bohr et noté a_B .

2. L'émission de la lumière par un atome d'hydrogène est due à des transitions entre deux états stationnaires, et l'énergie des photons émis est égale à la différence des énergies de l'atome dans les deux états considérés.

Ainsi la longueur d'onde du rayonnement émis est liée à la différence de niveaux d'énergie par :

$$E_i - E_f = h\nu_{if} = h \frac{c}{\lambda_{if}} \quad (14)$$

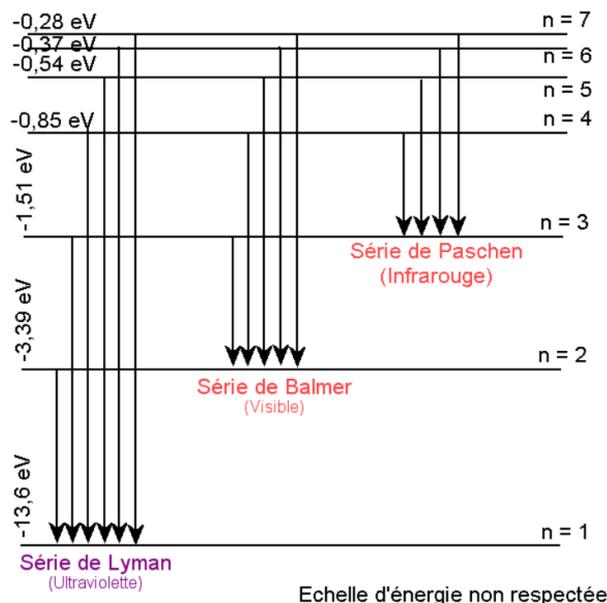
Cette dernière expression justifie l'utilisation du nombre d'onde spectroscopique $\sigma_{if} = 1/\lambda_{if}$.

Comme l'énergie est directement liée au rayon de la trajectoire il vient :

$$E_m = -\frac{q_e^2}{2r_n} = -\frac{q_e^2}{2a_B n^2} \quad \text{soit} \quad E_m = -\frac{Ry}{n^2} \quad \text{avec} \quad Ry = \frac{q_e^2}{2a_B} = \frac{m_e q_e^4}{2\hbar^2} = \frac{m_e c^2}{2} \alpha_e^2$$

Ry est le rydberg et $\alpha_e = q_e^2 / (\hbar c) \approx 1/137$ la constante de structure fine. Finalement on trouve en calculant la valeur de $Ry \approx 13,61 \text{eV}$:

$$E_m(\text{eV}) \approx -\frac{13,61}{n^2} \quad (15)$$



Rq : Voir les remarques qui sont importantes page 73 du Perez.

Ainsi la transition de l'état d'énergie E_n vers l'état d'énergie plus faible E_m , avec $E_m < E_n$, se traduit par l'émission d'un rayonnement de fréquence :

$$\nu_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h} = \frac{Ry}{h} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (16)$$

En posant $\lambda_{nm} = c/\nu_{nm}$ on retrouve la formule de Rydberg.

Rq : Limites du modèle de Bohr page 83 du Perez.

1.3 Émission induite et spontanée

On a vu que finalement électron, pour passer d'un niveau à un autre va émettre un rayonnement caractérisé par une fréquence/longueur d'onde et une énergie. Pour le modèle de l'hydrogène c'est relativement simple mais pour les atomes polyélectroniques c'est plus compliqué. Néanmoins on sait que l'énergie du système qui échange de l'énergie avec la lumière est quantifié. Le niveau dont l'énergie est la plus faible est le niveau fondamental, les autres sont les niveaux excités.

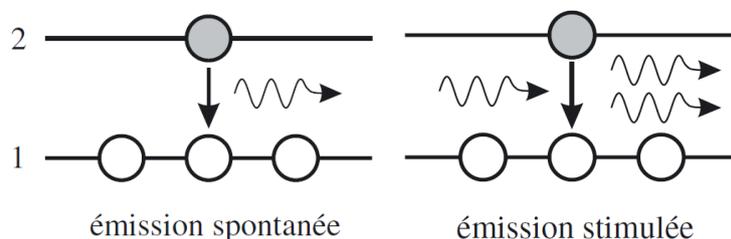
Soit deux niveaux d'énergie E_1 et $E_2 > E_1$. Alors seules les fréquences voisines de $\nu_a = (E_2 - E_1)/h$ ont une probabilité appréciable d'interagir avec le système. Ces niveaux sont caractérisés par :

- Les nombres d'atomes par unité de volume N_1 et N_2 se trouvant respectivement dans les niveaux 1 et 2 ;
- Chaque niveau d'énergie est aussi caractérisé par sa dégénérescence g_i : le niveau peut alors être considéré comme un ensemble de g_i sous niveaux de même énergie ;
- la durée de vie τ_i du niveau d'énergie E_i . C'est le temps caractéristique de dépeuplement de ce niveau : si la population du niveau est $N_i(0)$ à $t = 0$, elle sera à l'instant $t > 0$ égale à $N_i(t) = N_i(0) \exp(-t/\tau)$. Le taux de relaxation $\gamma_i = 1/\tau_i$ (inverse de la durée de vie).

À l'équilibre thermodynamique, la population des niveaux suit la loi de Boltzmann. Les populations de deux niveaux 1 et 2 sont reliées par :

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{g_1}{g_2} \exp(-(E_1 - E_2)/k_B T) \quad (17)$$

On s'intéresse ici aux principaux processus d'interaction entre un atome à deux niveaux d'énergie E_1 et E_2 , et un rayonnement électromagnétique. Ces processus typiquement quantiques ont trouvé leur modélisation grâce aux travers d'Einstein en 1917 : ce sont dans le cadre de l'émission, l'émission spontanée et l'émission induite. Dans chaque cas l'atome subit une modification de son énergie de la quantité $E_2 - E_1$.



Émission spontanée

Dans ce processus un atome transite spontanément du niveau 2 vers le niveau 1 en émettant un photon d'énergie $h\nu_a$. Le niveau 2 se dépeuple au profit du niveau 1. La probabilité ou taux d'émission spontanée par atome et par unité de temps, notée A_{21} , est dénommée coefficient d'Einstein. Elle s'exprime en s^{-1} . La population du niveau 2 varie

de la quantité dN_{2sp} pendant l'intervalle de temps dt suivant la loi :

$$dN_{2sp} = -A_{21}N_2dt \quad (18)$$

où le signe moins indique le dépeuplement du niveau 2. Cette équation signifie aussi que le nombre de photons émis par unité de temps et de volume est égale à $A_{21}N_2$. Au cours du processus la population N_1 augmente de la même quantité :

$$dN_{1,sp} = +A_{21}N_2dt \quad (19)$$

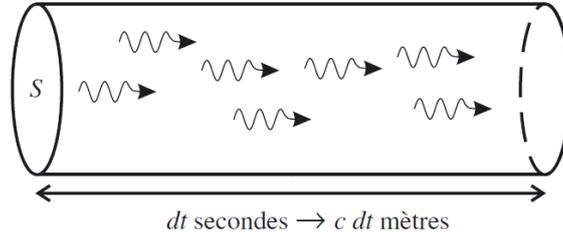
On remarque cette fois le signe "plus". La loi de dés-excitation de la population du niveau 2 liée à l'émission spontanée est exponentielle :

$$N_2(t) = N_2(t=0) \exp(-t/\tau) \quad (20)$$

$\tau = 1/A_{21}$ la durée de vie radiative du niveau 2.

L'intensité d'un faisceau de lumière est proportionnelle au flux de photon \mathcal{F} , c'est à dire au nombre de photons incidents par unité de surface et de temps (unité : $s^{-1}m^{-2}$). La variation d'intensité lumineuse en terme de flux de photons peut s'obtenir en remarquant que les photons qui traversent la surface S pendant le temps dt occupent un volume $Scdt$, où c est la vitesse de la lumière dans le milieu. Les $A_{21}N_2$ photons émis par unité de temps et de volume correspondent donc à une variation de flux :

$$d\mathcal{F}_{sp} = A_{21}N_2c dt \quad (21)$$



Émission induite

Le processus d'émission induite, ou émission stimulée, est sans doute le moins intuitifs des concepts. C'est pourtant lui qui est à la base du fonctionnement des lasers. Lors de l'émission induite, un photon d'énergie $h\nu_a$ induit la dés-excitation d'un atome du niveau 2 sur le niveau 1. Celle-ci s'accompagne de l'émission d'un photon de caractéristiques identiques à celles du photon inducteur : même fréquence, même direction de propagation et même état de polarisation. Le faisceau incident de lumière "s'enrichit" en photons identiques et il y a amplification de la lumière. Le bilan de ces processus pour les populations est le suivant :

$$\begin{aligned} dN_{2ind} &= -\sigma_{21}\mathcal{F}N_2dt \\ dN_{1ind} &= +\sigma_{21}\mathcal{F}N_2dt \end{aligned} \quad (22)$$

avec σ_{21} la section efficace d'émission stimulée et $\sigma_{21}\mathcal{F}$ la probabilité d'émission stimulée. En utilisant les coefficients d'Einstein :

$$\begin{aligned} dN_{2ind} &= -B_{21}w_{\nu}(\nu_{21})N_2dt \\ dN_{1ind} &= +B_{21}w_{\nu}(\nu_{21})N_2dt \end{aligned} \quad (23)$$

Pour le nombre de photons, on obtient :

$$d\mathcal{F}_{ind} = \sigma_{21}\mathcal{F}N_2c dt \quad (24)$$

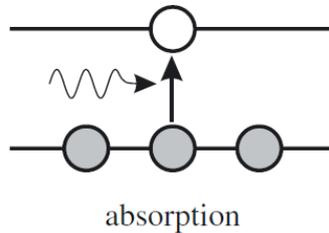
Il pourrait sembler que l'émission induite est un processus similaire à l'émission spontanée, mais cependant deux propriétés fondamentales les distinguent :

- dans l'émission spontanée, la présence préalable de photons n'est nullement nécessaire. En revanche dans l'émission induite, c'est un photon qui déclenche le processus. L'émission induite est donc caractérisé par un taux proportionnel à \mathcal{F} , alors que le taux d'émission spontanée en est indépendant ;
- le photon créé par émission induite possède les mêmes propriétés que le photon déclencheur (fréquence, direction de propagation, état de polarisation). Ces caractéristiques sont à la base de la cohérence des faisceaux laser. L'émission spontanée est par contre un processus désordonné, au caractère aléatoire. Par exemple elle donne naissance à un rayonnement dont toutes les directions de propagations sont équiprobables.

Rq : Relation entre coefficient et remarque voir page 489 du Perez, ou le BUP Barrat, ou Hennequin page 6.

2. Absorption

2.1 Définition



En continuant avec les mêmes considérations, c'est à dire dans le cas de deux niveaux d'énergie, dans le processus d'absorption, un atome du niveau 1 atteint le niveau 2 en absorbant un photon d'énergie $h\nu_a$: le niveau 2 se peuple aux dépens du niveau 1. L'absorption est un processus induit par le champ électromagnétique : la probabilité de transition par atome et par unité de temps est donc proportionnelle au flux de photons. On l'écrit sous la forme $\sigma_{12}\mathcal{F}$ (en s^{-1}). Compte tenu de la dimension de \mathcal{F} , le coefficient de proportionnalité σ_{12} possède la dimension d'une surface et porte le nom de section efficace d'absorption. C'est une grandeur caractéristique du milieu atomique. Sa valeur est déterminée dans le cadre de la description quantique du couple entre le champ et le milieu atomique. Le nombre d'atomes du niveau 2 varie de la quantité dN_{2abs} pendant l'intervalle de temps dt suivant la loi :

$$dN_{2abs} = +\sigma_{12}\mathcal{F}N_1 dt \quad (25)$$

En utilisant les coefficients d'Einstein :

$$dN_{2abs} = +B_{12}w_{\nu}(\nu_{12})N_1 dt \quad (26)$$

avec $w_{\nu}(\nu_{12})$ l'énergie électromagnétique volumique spectrale à la fréquence ν_{12} . B_{12} le coefficient relatif à l'absorption ($J^{-1}m^3$). Dans le même temps, la population du niveau 1 diminue :

$$dN_{1abs} = -B_{12}w_{\nu}(\nu_{12})N_1dt \quad (27)$$

et le nombre de photon absorbés est :

$$d\mathcal{F}_{abs} = \sigma_{12}\mathcal{F}N_1cdt \quad (28)$$

Rq : La condition d'équilibre entre l'atome et le rayonnement se traduit par deux relations importantes :

- si les niveaux 1 et 2 possèdent la même dégénérescence, les sections efficaces d'absorption et d'émission induite sont égales :

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma \Leftrightarrow \frac{B_{12}}{B_{21}} = \frac{g_2}{g_1} \quad (29)$$

- le rapport entre l'émission induite et l'émission spontanée s'écrit :

$$\frac{\sigma\mathcal{F}}{A_{21}} = \frac{\lambda^2\mathcal{F}}{8\pi\Delta\nu} \Leftrightarrow \frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h}{c^3}\nu_{12}^3 \quad (30)$$

2.2 Application à la chimie

MANIP : Faire la manip sur l'absorption du KMnO4 page 130 du Duffait.

On peut appliquer ce genre de raisonnement à la chimie : on considère une onde EM plane d'intensité I se propageant dans un milieu où les photons peuvent entrer en résonance avec une paire de niveaux. Il peut donc y avoir une absorption et émission (stimulée ou spontanée) de photons, et l'intensité de l'onde va changer au fur et à mesure que l'onde se propage dans le milieu.

Soit deux états, 1 et 2 (de plus haute énergie). La probabilité d'occurrence de l'état 1 vers le 2 pendant dt est :

$$dW_{12}dt = \frac{dN_1}{N_1} = B_{12}w_{\nu}dt \quad (31)$$

où w est la densité spectrale de puissance du rayonnement électromagnétique. De la même manière, l'atome peut descendre de l'état 2 à l'état 1 et la probabilité associée à cette dés-excitation est :

$$dW_{21}dt = (A_{21} + B_{21}w_{\nu})dt \quad (32)$$

Dans le cadre de ces hypothèses, la condition d'équilibre est obtenue sous la forme $N_1dW_{12} = N_2dW_{21}$.

Nous allons établir un bilan d'énergie pour les photons dans le mode (\vec{k}, \vec{r}) . La conservation de l'énergie appliquée à un élément de volume infinitésimal s'écrit :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{I}_{\vec{k}, \vec{r}} = h\nu(N_2W_{21} - N_1W_{12} + N_2A_{21,(\vec{k}, \vec{r})}) \quad (33)$$

Le membre de gauche décrit la divergence du vecteur de Poynting et celui de droite le taux de production de puissance électromagnétique par unité de volume dans le mode (\vec{k}, \vec{r}) , en W/m^3 . Le membre de droite contient l'émission stimulée W_{21} , l'absorption W_{12} et la partie d'émission spontanée émise dans le mode \vec{k}, \vec{r} , $A_{21, \vec{k}, \vec{r}}$.

En règle générale l'émission spontanée se produit dans une très grande quantité de modes différentes (dans toutes les directions, sur toute la largeur spectrale de la raie d'émission considérée, dans l'une ou l'autre polarisation s'il y a polarisation), et donc seulement une infime partie de celle ci se fera dans le mode considéré. On peut donc négliger le dernier terme du membre de droite puisque $A_{21,(\vec{k},\vec{r})} \ll W_{21}$.

De plus dans le cas unidimensionnel selon l'axe \vec{e}_z on a $\vec{\nabla} = \partial/\partial z$. Il vient alors :

$$\frac{\partial \vec{I}}{\partial z} = h\nu(N_2W_{21} - N_1W_{12}) \quad (34)$$

Or W doit être proportionnel à l'intensité I de l'onde électromagnétique incidente, et donc au flux de photon donc : $W = I\sigma/(h\nu)$ car dans le cas d'une même dégénérescence $\sigma_{21} = \sigma_{12}$. Alors :

$$\frac{dI}{dz} = (N_2 - N_1)\sigma I \quad (35)$$

On définit alors le coefficient d'absorption κ (m^{-1}) comme le rapport entre la fraction du rayonnement absorbé par une couche d'épaisseur δz sur l'épaisseur de cette couche, soit :

$$\kappa \equiv \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{-\Delta I/I}{\Delta z} = -\frac{1}{I} \frac{dI}{dz} \quad (36)$$

Par identification on a :

$$\kappa = (N_1 - N_2)\sigma \quad (37)$$

La résolution de l'équation différentielle en prenant κ constante donne la loi de Beer-Lambert :

$$I = I_0 \exp(-\kappa x) \quad (38)$$

κ peut aussi s'exprimer comme étant :

$$\kappa = \epsilon C \quad (39)$$

avec ϵ le coefficient d'extinction molaire et C la concentration molaire.

Sur l'exemple du KMnO4 on vient bien que l'on a pas un spectre continue mais des pics traduisant la capacité du milieu à absorber certaines longueurs d'onde caractérisant le changement de niveau d'énergie des photons.

3. Le Laser

Le laser est un des domaines qui réunis les phénomènes d'émissions et d'absorption des photons. On va essayer de modéliser un laser à deux niveaux pour comprendre son fonctionnement.

3.1 Dynamique des populations et du flux de photons

Sous l'effet de l'émission stimulée et de l'absorption

Considérons un milieu atomique en interaction avec un champ électromagnétique. Un tel milieu compte un grande nombre de niveaux. La prise en compte de tous ces niveaux mène à un modèle complexe difficilement exploitable. Soit deux niveaux d'énergie tel que

$E_2 > E_1$ et $E_2 - E_1 = h\nu_a$. Ces deux états sont les niveaux de la transitions laser. Les populations N_1 et N_2 de ces deux variables représentatives de l'oscillation laser sont d'une part les populations N_1 et N_2 et d'autre part le flux de photon \mathcal{F} .

Dans le cas où les deux niveaux ont la même dégénérescence et si on s'intéresse qu'aux transitions induites on a :

$$\begin{aligned}\dot{N}_2 &= -\sigma\mathcal{F}(N_2 - N_1) \\ \dot{N}_1 &= \sigma\mathcal{F}(N_2 - N_1) \\ \dot{\mathcal{F}} &= c\sigma\mathcal{F}(N_2 - N_1)\end{aligned}\tag{40}$$

Où le point symbolise la dérivé temporelle. Si $N_2 < N_1$ alors les transitions atomiques se produisent préférentiellement du niveau bas vers le niveau haut : il y a plus d'absorption que d'émission induite ($\dot{\mathcal{F}} < 0$) et le milieu est donc globalement absorbant. Au contraire, si $N_2 > N_1$, il y a plus d'émission induite que d'absorption : le milieu fournit de l'énergie au champ et il y a donc amplification du flux de photons ($\dot{\mathcal{F}} > 0$). C'est ce phénomène qui est à la base de fonctionnement du laser. Dans ces conditions, le milieu est dit en état d'inversion de population, car la situation $N_2 > N_1$ est inverse de celle de l'équilibre thermodynamique.

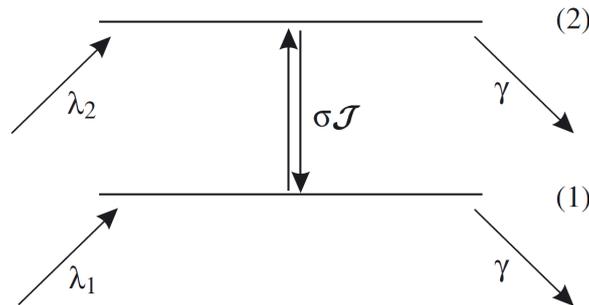
Il apparait donc ici que la variable représentative de l'oscillation laser est davantage la différence de population que les populations des deux niveaux. Il est donc commode d'introduire cette différence sous la forme :

$$D = N_2 - N_1\tag{41}$$

L'inversion de population est alors effectivement réalisée quand $D > 0$ et les équation deviennent :

$$\begin{aligned}\dot{D} &= -2\sigma\mathcal{F}D \\ \dot{\mathcal{F}} &= c\sigma\mathcal{F}D\end{aligned}\tag{42}$$

Sous l'effet du pompage et de la relaxation



Ainsi l'amplification lumineuse ne se produit que dans un milieu en état d'inversion de population ($N_2 > N_1$). Il est donc nécessaire d'augmenter la population du niveau 2 par rapport à celle du niveau 1. Ceci est réalisé par des processus dits de pompage qui excitent des atomes à partir d'autres états d'énergie, comme par exemple le niveau fondamental, vers l'état d'énergie E_2 . Cette opération implique bien évidemment un apport extérieur d'énergie. Nous ne détaillerons pas les différents mécanismes de pompage, mais introduisons, dans le cadre d'une description simplifiée, des termes de source accroissant pendant le temps dt les populations N_1 et N_2 d'une quantité :

$$dN_2 = \lambda_2 dt \text{ et } dN_1 = \lambda_1 dt$$

Les termes sources λ_i traduisent les apports extérieurs d'atomes sur les niveaux de la transition laser et contribuent à leur peuplements. Nous devons considérer les processus de dépeuplement par relaxation de ces niveaux : on suppose, pour la simplicité, qu'ils possèdent le même taux de relaxation γ . L'émission spontanée du niveau haut vers le bas n'est pas pris en compte : dans le bilan des photons, elle est négligeable devant l'émission induite et dans le bilan des populations on la suppose petite devant les autres processus de relaxation.

La variation des populations au cours du temps vérifie :

$$\begin{aligned} \dot{N}_2 &= -\gamma N_2 + \lambda_2 \\ \dot{N}_1 &= -\gamma N_1 + \lambda_1 \end{aligned} \quad (43)$$

A l'équilibre et en absence de champ ($\dot{N}_1 = \dot{N}_2 = 0$), les populations tendent vers leur valeur stationnaire $\hat{N}_i = \lambda_i/\gamma$. Alors :

$$\dot{D} = -\gamma(D - \hat{D}) \quad (44)$$

avec $\hat{D} = \hat{N}_2 - \hat{N}_1$, et on a :

$$D(t) = \hat{D}(1 - \exp(-\gamma t)) \quad (45)$$

3.2 Équations du laser

L'évolution de l'inversion de population obéit donc :

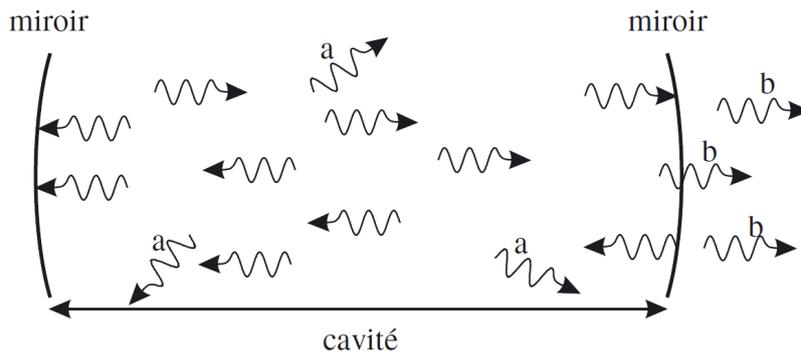
$$\dot{D} = \underbrace{-\gamma(D - \hat{D})}_{\text{relaxation}} \quad \underbrace{-2\sigma\mathcal{F}D}_{\text{interaction matiere-rayonnement}} \quad (46)$$

Il apparait donc comme un couple non linéaire entre ces deux variables.

Pour décrire l'évolution globale du flux de photons, il nous faut tenir compte des pertes de photons (ou perte de cavité) introduites par un taux de relaxation noté κ . Ce taux exprime la décroissance par unité de temps du nombre de photons dans la cavité (due à l'absorption ou la diffusion sur les optiques). De plus il est indispensable de prélever une partie du rayonnement sinon aucune lumière ne sortirait de la cavité et il y aurait aucune utilité. Des pertes sont donc introduites volontairement en réalisant des cavités formées de miroirs particulièrement réfléchissants. L'équation d'évolution du flux de photons dans la cavité est :

$$\dot{\mathcal{F}} = \underbrace{-\kappa\mathcal{F}}_{\text{pertes}} \quad \underbrace{+c\sigma\mathcal{F}D}_{\text{gain non linéaire}} \quad (47)$$

On a établi les équations dites du laser.



3.3 Seuil d'oscillation et régimes stationnaires

Seuil d'oscillation

On a montré que le flux de photon \mathcal{F} du laser est gouverné par deux effets antagonistes cas de signes opposés : les pertes diminuent \mathcal{F} tandis que les transitions induites engendrent un gain si D est positif. Si les pertes l'emportent, $\dot{\mathcal{F}}$ est négatif et \mathcal{F} diminue asymptotiquement jusqu'à la valeur nulle : le laser ne fonctionne plus.

Inversement le laser démarre et \mathcal{F} tend vers une valeur stationnaire obtenue quand il y a égalité entre les deux termes, c.a.d. quand le gain égale les pertes. Cette condition est appelée le seuil du laser :

$$D\sigma c = \kappa \quad (48)$$

Elle exprime une inversion de population au seuil D_s :

$$D_s = \frac{\kappa}{\sigma c} \quad (49)$$

Il faut donc pour que le laser fonctionne que $\hat{D} > D_s$. Les équations de laser se réécrivent :

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{F}} &= -\kappa\mathcal{F} \left(1 - \frac{D}{D_s}\right) \\ \dot{D} &= -\gamma D_s \left(\frac{D}{D_s} - A\right) - 2D\sigma\mathcal{F} \end{aligned} \quad (50)$$

où le paramètre de pompage A est égale à $A = \hat{D}/D_s$. La condition de seuil est alors $A = 1$.

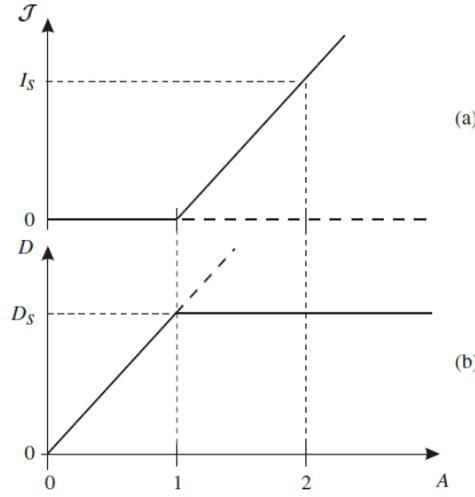
Régimes stationnaires

En régime stationnaire, les dérivées temporelles sont nulles et on a alors :

$$\begin{aligned} \text{solution (1)} &: \begin{cases} \mathcal{F} = 0 \\ D/D_s = A \end{cases} \\ \text{solution (2)} &: \begin{cases} \mathcal{F} = \frac{\gamma}{2\sigma}(A - 1) \\ D/D_s = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

La première existe toujours, alors que la deuxième n'a de sens physique que pour $A \geq 1$. L'analyse de stabilité des solutions stationnaires du laser aboutit à :

- sous le seuil $A < 1$ ($\hat{D} < D_s$), seule la solution (1) existe et est stable. D suit linéairement la pompe. Sous le seuil, les pertes l'emportent sur le gain et le laser n'oscille pas (il ne délivre aucune intensité).
- au-dessus du seuil : $A \geq 1$ la solution (1) est instable : la moindre perturbation est amplifiée et conduit le laser à s'en éloigner en fonction du temps. En revanche la solution (2) est stable : D est une constante tandis que \mathcal{F} croît linéairement avec la pompe. C'est le régime de fonctionnement stationnaire du laser.



Régime stationnaire du laser : évolution de (a) l'intensité et (b) l'inversion de population en fonction du paramètre de pompe A. La solution instable est représentée en pointillés.

La figure illustre ces régimes. Au dessus du seuil la relation entre le flux de photon et le paramètre de pompage est :

$$\frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}_s} = A - 1 \quad (51)$$

où l'on introduit $\mathcal{F}_s = \gamma/2\sigma$ intensité de saturation. Ce paramètre apparait comme la valeur du flux de photons lorsque $A = 2$.

3.4 Gain du laser

D'après l'équation (43) on peut écrire :

$$\frac{d\mathcal{F}}{dz} = \dot{\mathcal{F}} \frac{dt}{dz} = D\sigma\mathcal{F} \quad (52)$$

On appelle $\alpha = (1/\mathcal{F})(d\mathcal{F}/dz) = \sigma D$ le coefficient de gain ou gain par unité de longueur du laser (m^{-1}). Le gain est proportionnel à l'inversion de population. La constante de proportionnalité est la section efficace de la transition.

En l'absence de champ, le gain est donnée par :

$$\alpha_0 = \sigma \hat{D} \quad (53)$$

où le gain non saturé est α_0 . Une fois l'oscillation établie, le gain devient égal à $\alpha_s = \sigma D = \sigma D_s \alpha_s$ porte le nom de gain saturé. On en déduit :

$$\alpha_s = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}_s}} \quad (54)$$

En régime stationnaire c'est à dire pour $\dot{\mathcal{F}} = 0$ alors on a $\alpha_s c = \kappa$. En faisant intervenir la vitesse de la lumière, on peut alors définir un coefficient de pertes p de même dimension que le gain et représentant la fraction du nombre de photons perdus par unité de longueur $p = \kappa/c$. On a alors $\alpha_s = p$ et le régime stationnaire du laser vérifie la condition déjà établie :

$$\text{gain} = \text{pertes} \quad (55)$$

Rq : Voir page 496 sur le pompage optique pour système à 3 niveaux si on veut changer le contenu de cette partie.

Rq : Voir page 16 du Hennequin pour la conclusion de cette partie.

Rq : Voir page 19 du Hennequin pour laser à 3 niveaux et plus.

Rq : Pour avoir des équivalences en automatique pour le laser voir page 1108 du Sanz.

Conclusion

Nous avons présenté les trois phénomènes d'absorption et d'émission de la lumière dont un très original qu'est l'émission stimulée. La fluorescence est un phénomène aussi spectaculaire qui sera étudié dans une prochaine leçon.

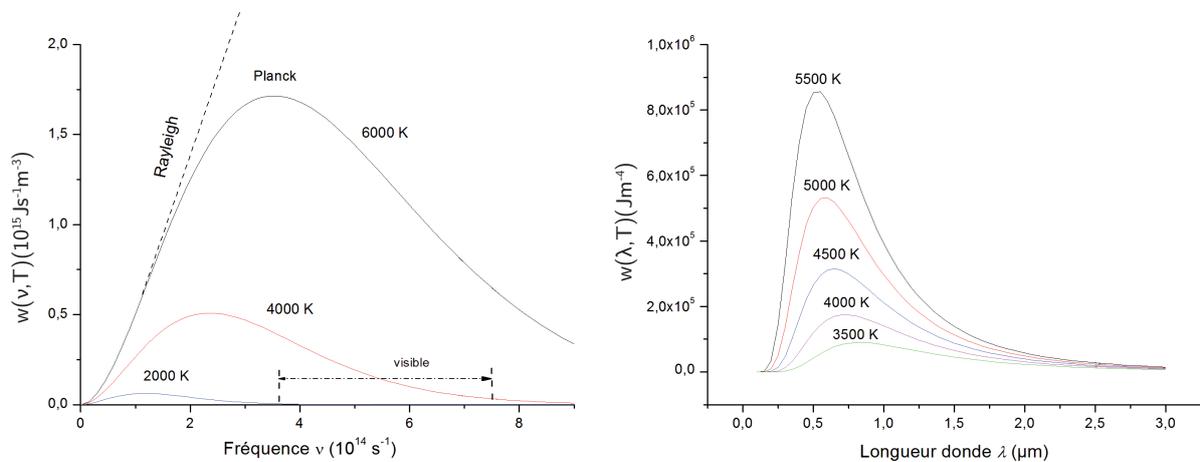
Rq : Pour plus d'explications sur le laser on peut aller voir le BUP.

Rq : Pour plus d'explications sur la fluorescence on peut jeter un œil sur le Cagnac ou bien Perez page 82.

Rq : Pour le refroidissement laser voir page 504 du Perez.

MANIP : Absorption par KMnO4

On peut se fier au Duffait page 130.



On utilise le montage suivant. Il faut penser à faire le blanc c'est à dire faire traverser le faisceau à travers une cuve remplie d'eau. Puis on met la cuve d'eau + KMnO4. Attention il faut mettre très très peu de KMnO4.

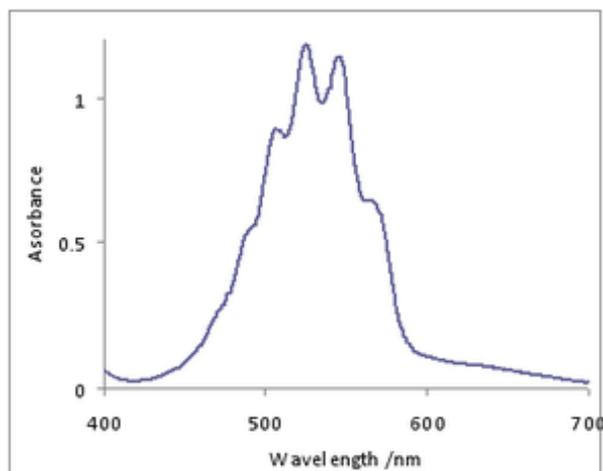
Le but de cette manip est de vérifier la loi de Beer Lambert :

$$I = I_0 \exp(-\kappa x) \quad (56)$$

avec $\kappa = \epsilon c$ le coefficient d'absorption et ϵ le coefficient d'extinction molaire et c la concentration molaire. Ainsi le but est de vérifier que l'on a plusieurs pic d'absorption comme le décrit la théorie et de voir que selon l'épaisseur de cuve traversé ou la concentration de l'espèce d'absorbance mesurée diffère. En effet l'appareil mesure directement :

$$A = -\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (57)$$

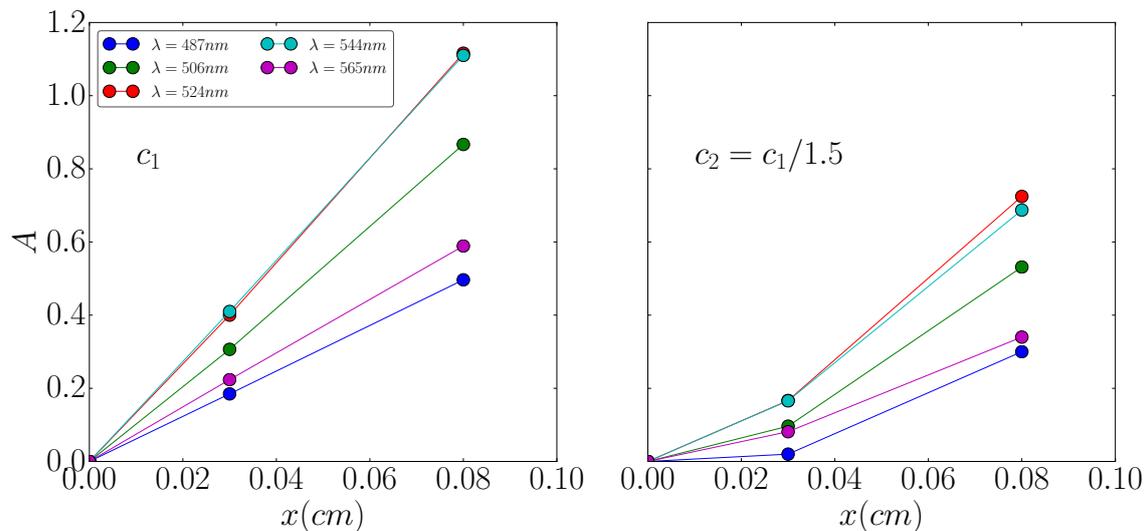
Ainsi il suffit de tracer A en fonction de x pour avoir directement k pour les différentes valeurs de longueurs d'onde absorbée. Pour changer l'épaisseur on peut tourner la cuve dans l'autre sens.



On récupère les coordonnées de chaque pic (5 pics dans notre cas).
 On obtient les points suivants avec l'indice 1 correspondant à l'épaisseur de cuve $e = 3cm$ et 2 à $e = 8cm$:

$\lambda(\text{nm})$	487	506	524	544	565
A_1	0,1848	0,3065	0,4137	0,404	0,2237
A_2	0,4965	0,8667	1,164	1,11	0,589

On peut déjà voir que plus l'épaisseur est grande plus l'absorption est importante : c'est normal! De même quand on diminue la concentration la valeur de l'absorbance diminue de façon linéaire en principe.



En calculant la pente de chacune des courbes on peut obtenir le coefficient d'absorption qui dépend de la longueur d'onde.

Rq : Essayer de creuser concernant le fonctionnement des spectromètres à fibres.

Rq : La précision pour notre appareil est $\Delta\lambda = 0.5\text{nm}$. Vérifier celle de l'appareil qu'on utilisera pour pouvoir faire un calcul d'erreur sur κ .

MANIP : Lampe à filament, émission corps noir

Un corps noir est un corps qui absorbe l'intégralité du flux incident. A l'équilibre, il émet donc un flux total maximal, égal au flux incident. On peut vérifier quantitativement la loi de Stefan-Boltzmann en T^4 :

$$P = S\sigma T^4 \quad (58)$$

où P est la puissance émise dans un demi-espace. On ne va pas mesurer P mais plutôt P_e , la puissance électrique absorbée par la lampe à filament. L'utilisation d'un Wattmètre en amont de la lampe permet de gagner du temps car on peut y lire directement P_e . On peut également y lire U , duquel on déduit T puisque la lampe est étalonnée. Les termes de conduction et de convection étant linéaires en température, le terme de rayonnement va l'emporter à haute température et on aura alors $P \approx P_e$. En traçant le rapport $UI =$

T^4 , on montre qu'il tend en effet vers une constante lorsque T devient grand. Suivre la procédure expérimentale du BUP Gitton. Dans cette expérience, par rapport à ce qui est présenté dans le BUP, on gagne du temps en utilisant une ampoule étalonnée (on connaît la température du filament pour une tension appliquée donnée). La température a en effet été déterminée préalablement avec un pyromètre à disparition de filament.

MANIP : Spectre de l'hydrogène

Voir page 134 du Duffait.

On utilise dans ce cas un spectromètre à fibre optique de résolution $\Delta\lambda = 0,5nm$. On a alors la résolution $R = \lambda/\Delta\lambda \approx 1000$. On récupère les trois pics :

$\lambda_m(\text{nm})$	n	m
657,6	3	2
486,5,6	4	2
434,5	5	2

On peut alors tracer $1/\lambda_m$ en fonction de $(1/m^2 - 1/n^2)$. La constante de proportionnalité nous donne la constante de Rydberg.