

Étude expérimentale et première modélisation du freinage par courant de Foucault

par **André DEIBER**

Lycée Kléber - 67000 Strasbourg

andre.deiber@laposte.net

et **Hervé IDDA**

Lycée Gustave Eiffel - 21000 Dijon

h.idda@caramail.com

RÉSUMÉ

La mise en évidence du freinage par courants de Foucault est une expérience de cours classique, mais elle reste dans le domaine qualitatif. Nous montrons qu'il est aisément possible de procéder à une étude quantitative en faisant osciller une plaque en aluminium dans l'entrefer d'un électroaimant. On peut ainsi montrer que les oscillations sont harmoniques et amorties par un frottement fluide. Le coefficient d'amortissement varie bien linéairement avec le carré de l'intensité dans les bobines. Mais les paramètres expérimentaux sont en très net désaccord avec un modèle simple, qui relie la densité de courant au champ électromoteur.

1. DESCRIPTION DE L'EXPÉRIENCE

Le protocole expérimental qui va être décrit est simple à réaliser et peut très bien s'intégrer dans une activité de TPE (Travaux personnels encadrés) ou de TIPE (Travaux d'initiative personnelle encadrés).

1.1. Montage expérimental

Une plaque en aluminium de 30 cm × 30 cm suspendue à deux fils parallèles peut effectuer des oscillations dans le champ de pesanteur. Des bobines d'axe commun horizontal sont placées de part et d'autre de la plaque de telle sorte que celle-ci oscille dans le plan médiateur du système. Un générateur associé aux bobines permet de modifier la valeur du champ magnétique et par conséquent du

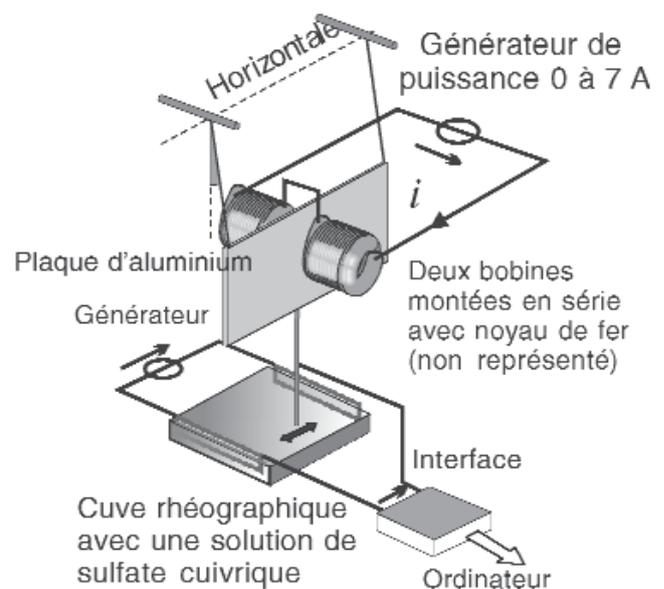


Figure 1 : Schéma du montage expérimental.

coefficient d'amortissement. La position du mobile est repérée par une méthode rhéographique.

1.2. Mesure de position

Si les électrodes sont planes et parallèles, le champ électrique peut être considéré comme uniforme dans le volume inter électrodes.

La tige gainée par un isolant, sauf en son extrémité, est solidaire de la plaque. La différence de potentiel entre l'électrode de masse et la tige est proportionnelle à la distance x qui les sépare ainsi qu'à la tension continue qui alimente le dispositif.

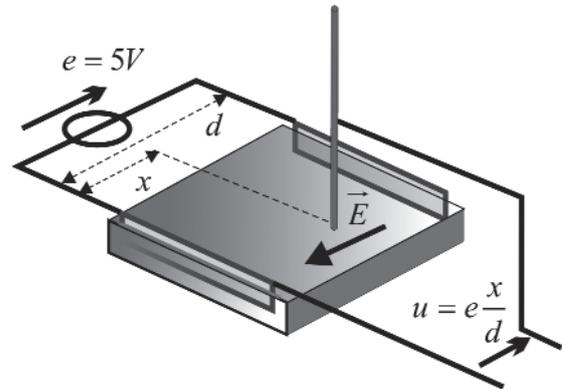


Figure 2 : Capteur de position de la plaque.

Une interface d'acquisition, en l'occurrence Orphy GTS, permet donc d'enregistrer les déplacements de la plaque.

1.3. Production de champ magnétique

Pour augmenter la valeur du champ magnétique dans lequel évolue la bobine, il est judicieux d'utiliser une carcasse en fer. Pour notre part, nous avons utilisé du matériel LEYBOLD.

Le champ magnétique n'est pas uniforme dans l'entrefer. Mais en tout point M du plan médiateur des bobines, il est perpendiculaire à ce plan, que nous noterons XOY où O est le centre du dispositif expérimental.

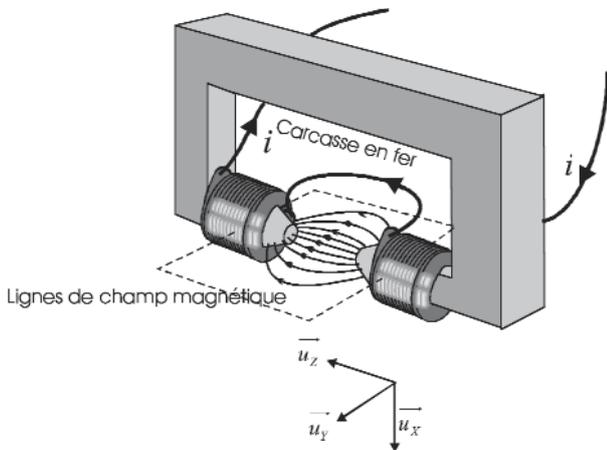


Figure 3 : Dispositif de production du champ magnétique.

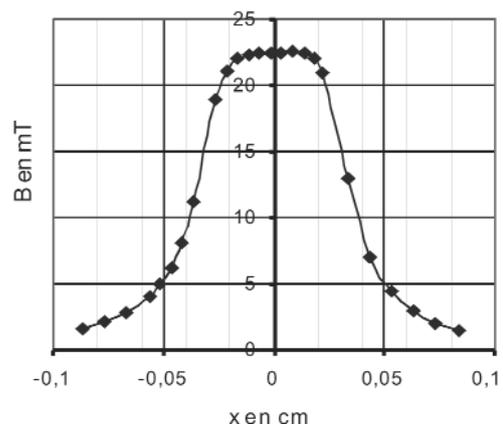


Figure 4 : Norme de B en fonction de la distance à l'axe.

La norme du champ magnétique a été mesurée sur l'axe OX de part et d'autre de O au moyen d'une petite sonde à effet hall. La courbe obtenue (cf. figure 4) étant symé-

trique, nous pouvons supposer qu'il y a invariance par rotation autour de l'axe OZ. Nous pouvons écrire $\vec{B}(M) = B_z(R)\vec{u}_z$ à intensité dans les bobines fixées. Bien entendu, la norme du champ magnétique est maximale en O.

2. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Une dizaine d'enregistrements ont été réalisés en faisant varier l'intensité du courant dans les bobines entre 0 A et 4 A.

2.1. Le frottement est de type fluide

Pour chaque série de mesures, ces résultats expérimentaux ont été confrontés au modèle mathématique $u(t) = A + Ce^{-\lambda t} \cos(\omega t + \varphi)$ typique d'un oscillateur harmonique amorti par frottements fluides. L'accord est systématiquement très satisfaisant.

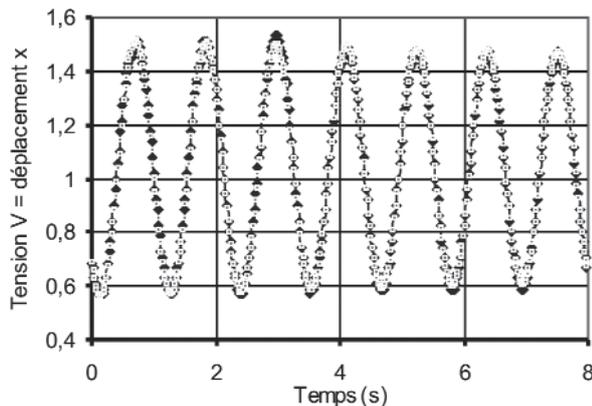


Figure 5 : Amortissement faible pour une intensité nulle.

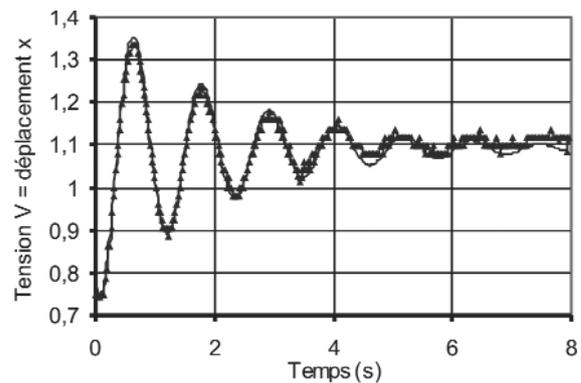


Figure 6 : Amortissement fort pour une intensité égale à 2,0 A.

En l'absence de courant d'alimentation des bobines, il existe un très faible amortissement résiduel lié aux frottements avec l'air et avec l'eau *via* la tige de mesure de position. Même à intensité élevée, le facteur de qualité vaut encore plusieurs unités, ce qui permet une détermination fiable du facteur d'amortissement λ en fonction de l'intensité.

La modélisation utilisée signifie que la plaque est soumise à une force de freinage de la forme $\vec{F}_L = -\alpha\vec{v}$ et qu'en l'absence d'amortissement, les oscillations de la plaque de masse m sont harmoniques. En effet comme la puissance des tensions des fils de suspension de longueur L est nulle, le théorème de la puissance cinétique appliqué à la plaque en translation donne une équation différentielle vérifiée par l'angle θ que forment un des fils avec la verticale :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} mL^2 \left[\frac{d\theta}{dt} \right]^2 + mgL(1 - \cos\theta) \right) = -\alpha L^2 \left[\frac{d\theta}{dt} \right]^2 \quad (1).$$

Dans l'hypothèse des oscillations de faible amplitude, on peut faire l'approximation

$\theta \cong \frac{x - x_0}{L}$. Il en résulte :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{g}{L} x = \frac{g}{L} x_0 \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\lambda \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_0 \tag{2}$$

avec $\lambda = \frac{\alpha}{2m}$.

2.2. Variation du coefficient d'amortissement avec le champ magnétique

Les effets induits sont indépendants de l'orientation du champ magnétique : \vec{B} et $-\vec{B}$ donneront donc le même résultat physique.

Le graphe ci-dessous montre que les résultats expérimentaux sont en bon accord avec le modèle :

$$\lambda = \lambda_0 + ki^2 \tag{3}.$$

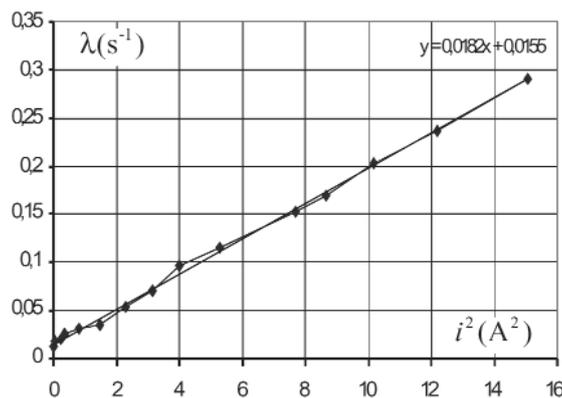


Figure 7 : Influence du carré de l'intensité sur l'amortissement.

λ_0 est lié à l'amortissement résiduel évoqué ci-dessus. Il est donc pas surprenant que $\lambda - \lambda_0$ soit proportionnelle au carré de l'intensité dans les bobines :

$$\lambda - \lambda_0 = 0,0182 i^2.$$

3. CONFRONTATION AVEC UN MODÈLE SIMPLE

On est tenté d'aller plus loin et de prévoir, au-delà de la dépendance en i , la valeur numérique du coefficient d'amortissement. Par exemple pour $i = 1 \text{ A}$, $\lambda - \lambda_0 = 0,0182 \text{ s}^{-1}$ d'où $\alpha_{\text{exp}} = 2m (\lambda - \lambda_0) = 0,0138 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ car $m = 381 \text{ g}$.

3.1. Densité de courant dans la plaque

Le modèle usuellement développé à un niveau élémentaire repose une hypothèse essentielle. La densité de courant \vec{j} dans la zone de champ magnétique ne dépend que du champ électromoteur $\vec{E}_m = \vec{v} \wedge \vec{B}$ qui règne dans le conducteur. Comme $\vec{v} = v\vec{u}_y$ (cf. figure 1)

et $\vec{B}(M) = B_z(R)\vec{u}_z$, nous obtenons $\vec{E}_m = vB_z(R)\vec{u}_x$, puis $\vec{j} = \gamma\vec{E}_m = \gamma vB_z(R)\vec{u}_x$ en notant γ la conductivité de l'aluminium.

3.2. Résultante des forces de Laplace

La densité volumique de forces de Laplace s'écrit :

$$\vec{f}_L = \vec{j} \wedge \vec{B}$$

ou encore : $\vec{f} = \gamma v B_z \vec{u}_x \wedge B_z \vec{u}_z = -\gamma v B_z^2 \vec{y}_y$.

Pour calculer la résultante des forces de Laplace, il suffit d'intégrer sur le volume conducteur d'épaisseur h :

$$\vec{F}_L = -\gamma v \left[\int_{R=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{Z=\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} B_z^2 R dR d\theta dZ \right] \vec{u}_y$$

La force de Laplace est bien une force opposée à la vitesse du mobile du type $\vec{F}_L = -\alpha \vec{v}$. Le coefficient de frottement α peut se simplifier :

$$\alpha_{\text{theo}} = 2\pi h \gamma \int_{R=0}^{\infty} B_z^2 R dR \quad (4).$$

3.3. Entre expérience et théorie, le compte n'y est pas !

La courbe expérimentale de $B_z(R)$ étant connue (cf. § 1.3.), il est aisé d'estimer au moyen d'une calculette ou d'un tableur la valeur de l'intégrale :

$$C = \int_{R=0}^{\infty} B_z^2 R dR = 2,53 \cdot 10^{-7} \text{ T}^2 \text{ m}^2.$$

Comme $\gamma_{\text{Al}} = 3,61 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, α_{theo} vaut numériquement $\alpha_{\text{theo}} = 0,086 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Si l'ordre de grandeur est satisfaisant, le rapport $\frac{\alpha_{\text{theo}}}{\alpha_{\text{exp}}}$ dépasse néanmoins 6 ! La différence entre les valeurs expérimentale et théorique est beaucoup trop importante pour que l'on puisse imputer cet écart aux erreurs expérimentales. D'autant plus que nous avons pris le soin de procéder à plusieurs séries de mesures avec des distributions magnétiques différentes et que la conclusion était invariablement la même.

Le freinage par courants de Foucault intervient dans de nombreuses applications technologiques modernes. Outre les freins pour camions, on peut citer la limitation des oscillations des satellites et des vibrations des fusées ou des navettes spatiales. Il serait donc intéressant de développer une analyse beaucoup plus fine des courants induits dans la plaque.

C'est ce que nous faisons dans l'article [1].

BIBLIOGRAPHIE

- [1] DEIBER A. et IDDA H. « Freinage par courants de Foucault (II) : des charges réparties en volume guident les courants induits ». *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.*, février 2007, vol. 101, n° 891, p. 177-197.



André DEIBER
Professeur
Lycée Kléber
Strasbourg (Bas-Rhin)



Hervé IDDA
Professeur en PCSI
Lycée Gustave Eiffel
Dijon (Côte-d'Or)