L.P. 36 - Diffraction par des structures périodiques

Benjamin Marchetti

Niveau : 2eme année CPGE

Pré-requis	Bibliographie
• Optique ondulatoire	• Optique , Perez, *Dunod*
• Diffractions	• Optique expérimentale, Sextant, *Hermann*
• Interférences	• Optique, Houard, *De Boeck*
• Optique expérimentale	• Expériences de phys. Optique, Bellier, *Dunod*

Leçon assez cool mais il faut la construire autour de la manip sur les réseaux pour illustrer les propos.

Introduction

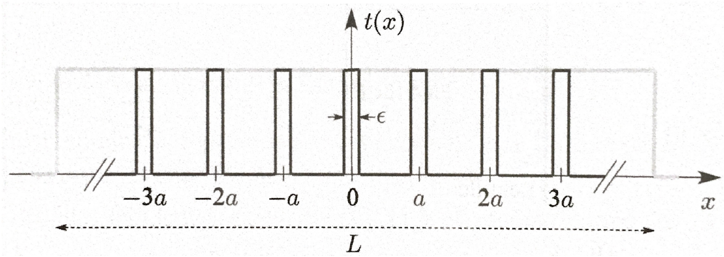
On a pu voir dans une autre leçon les lois de la diffraction pour des objets «simples» (une fente, un trou, etc.), nous allons nous intéresser maintenant à des structures «périodiques» qui vont nous permettre de faire sortir un certain nombre de comportements communs.

1. Réseaux

Manip : Faire la manip du réseau avec un laser simple. page 123 Bellier ou page 118 Sextant

1.1 Définitions

Un réseau est un arrangement matériel régulier qui impose, à une onde plane incidente, une variation périodique de son amplitude ou de sa phase ou des deux à la fois. Le réseau est alors dit d'amplitude, de phase ou d'amplitude et de phase. Ainsi la caractéristique fondamentale d'un réseau est sa période a, que l'on donne le plus souvent sous la forme du nombre de traits ou lignes par millimètre ; par exemple, lorsque $a = 10\mu m$, on dit que réseau a 100 traits par mm ou 1.p.m (ligne par mm).
Les autres caractéristiques du réseau sont la largeur L de la portion éclairée par le faisceau incident et la largeur ϵ de son motif élémentaire.
Le réseau le plus simple est constitué par un ensemble de fentes parallèles réalisant une transmittance $t(x)$ périodique binaire. C'est sur ce type de réseaux que nous présenterons la théorie générale.



Les premiers réseaux d'excellente qualité furent construits par H. Rowland en 1882, en traçant des traits équidistants sur une lame de verre, à l'aide d'une pointe en diamant. Chaque trait diffuse la lumière en dehors de la direction incidente et se comporte ainsi comme une bande opaque. En revanche, les parties situées entre les traits, qui laissent passer la lumière, jouent le rôle de fentes. La qualité des réseaux est directement liée au soin avec lequel les lignes sont tracées de façons périodique ; les défauts de périodicité donnent des figures parasites appelés ghosts.

Actuellement, on réalise d'excellents réseaux à partir de l'interférence d'ondes planes : ce sont les réseaux holographiques ; dans le cas de deux ondes, ces réseaux sont sinusoïdaux avec une période a égale à l'interfrange. La transmittance est proportionnelle à l'intensité du phénomène d'interférence :

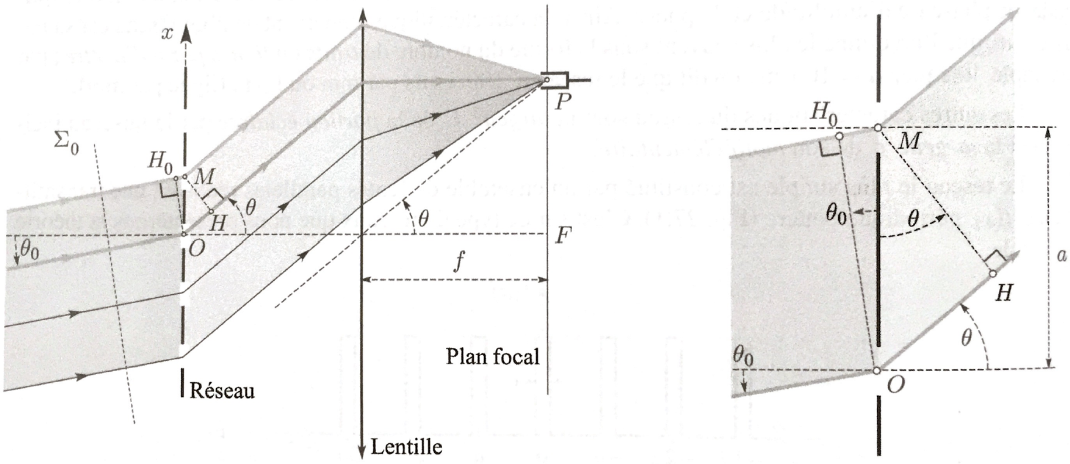
$$t(x) = 1 + \cos\left(2\pi\frac{x}{a}\right) \text{ avec } a = \frac{\lambda}{2\sin(\alpha/2)}$$

La plupart des réseaux utilisés en spectrométrie travaillent, non par transmission, mais par réflexion ce qui permet d'éviter les défauts qu'occasionne la traversée du support (défaut d'homogénéité, de planéité... etc). On dépose sur les bandes d'un réseau holographique original une couche d'aluminium qui réfléchit la lumière incidente ; les zones en dehors de ces bandes ne réfléchissent pas la lumière et se comportent donc comme des parties opaques.

Les réseaux que l'on peut facile se procurer sont des répliques obtenues en déposant, sur le réseau original, une pellicule de collodion que l'on détache et que l'on fixe sur une lame de verre. Ces copies sont généralement d'excellent qualité.

1.2 Formules fondamentales

Considérons une onde plane monochromatique Σ_0, d'amplitude unité, qui tombe sur un réseau de N fentes parallèles, sous l'angle θ_0. L'expérience peut être aisément réalisée, en envoyant un faisceau laser sur un réseau de fentes, sous l'incidence θ_0 par rapport à la normale au plan du réseau.



Nous nous proposons d'étudier la répartition de l'intensité de la lumière diffractée, telle qu'on peut l'observer dans le plan focal d'une lentille convergente, par exemple de distance focale $f = 30cm$. Pour cela, désignons par θ l'angle que font, avec la normal au réseau, l'ensemble des rayons diffractés qui se rencontrent au point courant P du plan focal.

Réseau par transmission

L'équation donnant la position des maxima principaux d'intensité est appelée la relation fondamentale des réseaux. On l'établit de manière simple en traduisant un état interférentiel constructif entre toutes les ondes véhiculées par les rayons diffractés qui se rencontrent au point P. Pour cela, il suffit d'égaler à un nombre entier m de fois 2π, la différence de phase entre les ondes véhiculées par deux rayons consécutifs. Comme les rayons incidents sont parallèles ainsi que les rayons diffractés, la différence de chemin optique, entre le rayon passant par le point O et celui passant par le point homologue M, s'écrit, en supposant que le milieu ambiant est l'air, d'indice 1 et en utilisant le théorème de Malus :

$$OH - MH_0 = a(\sin(\theta) - \sin(\theta_0)) \tag{1}$$

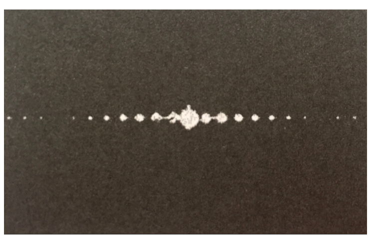
On en déduit :

$$\frac{2\pi}{\lambda} a(\sin(\theta) - \sin(\theta_0)) = 2\pi m$$

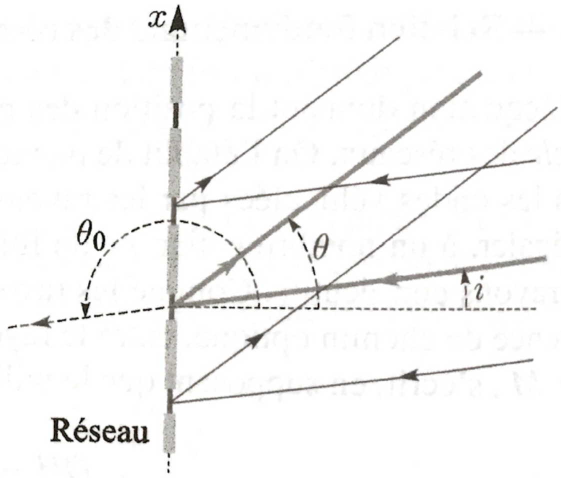
La relation fondamentale des réseaux est donc :

$$a(\sin(\theta) - \sin(\theta_0)) = m\lambda \tag{2}$$

m étant un nombre entier positif, négatif ou nul. Notons que le cas où $m = 0$ restitue la transmission directe en optique géométrique : $\theta = \theta_0$. m est appelé l'ordre de diffraction et le pic d'ordre $m = 0$ correspond à la direction prédite par l'optique géométrique. La figure de diffraction d'un réseau d'amplitude est centrée sur l'image géométrique de la fente source.



Réseau par réflexion

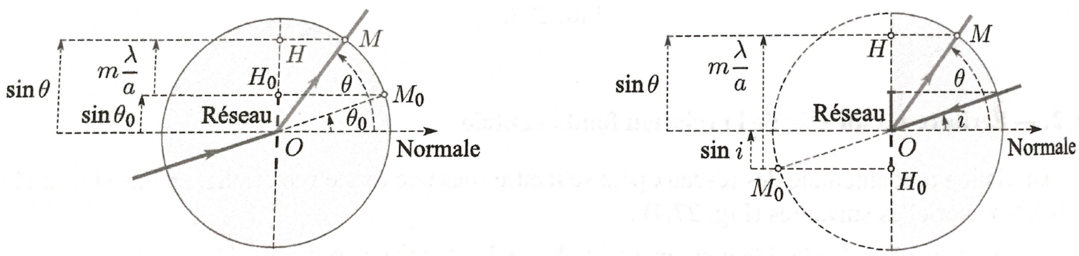


La relation fondamentale précédente a été écrite avec la même convention d'orientation pour les angles $\theta 80$ et θ. Pour un réseau par réflexion, l'angle θ_0 est obtus ; aussi est-il plus commode d'introduire l'angle d'incidence $i = \theta_0 - \pi$. La formule des réseaux devient alors :

$$a(\sin(\theta) + \sin(i)) = m\lambda \tag{3}$$

Le cas $m = 0$ restitue la réflexion en optique géométrique : $\sin(\theta) = -\sin(i)$ soit $\theta = -i$.

Représentation géométrique de la formulation des réseaux



a) Par transmission

b) Par réflexion

La relation fondamentale des réseaux peut être traduite géométriquement à l'aide d'un cercle trigonométrique. On a :

$$\sin(\theta) = \sin(\theta_0) + m\frac{\lambda}{a}$$

on porte successivement sur l'axe des ordonnées $\sin(\theta_0)$, $m\lambda/a$ et la somme qui vaut $\sin(\theta)$. On en déduit alors θ. Par réflexion, la construction est analogue :

$$\sin(\theta) = -\sin(i) + m\frac{\lambda}{a}$$

Intensité diffractée

On sait que l'amplitude de l'onde diffracté pour une fente fine de largeur b s'écrit :

$$\underline{s}(\alpha, t) = \underline{s}_0 \int_{-b/2}^{b/2} \exp\left(\frac{2\pi i}{\lambda}(\alpha - \alpha')x\right) dx = \underline{s}_0 b \,\mathrm{sinc}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha - \alpha')b\right) \tag{4}$$

où α et α_0 sont les projections, suivant l'axe des x, du réseau, des vecteurs unitaires définis par les directions diffractée et incidente respectivement. On a $\alpha = \sin(\theta)$ et $\alpha_0 = \sin(\theta_0)$.

Si le réseau comporte N fentes, numérotées de $-n$ à n, de transmittance éventuellement complexe, l'amplitude complexe de l'onde diffractée par le réseau s'écrit :

$$\underline{s}(x) = \int \underline{t}(x) \exp\left(\frac{2\pi i}{\lambda}(\alpha - \alpha')x\right) dx \tag{5}$$

avec $\underline{t}(x) = \sum_{m=-n}^{m=n} \underline{t}_b(x - x_m)$, où $x_m = ma$ désigne la coordonnée de la fente de rang m. En introduisant $X = x - x_m$, il vient avec $u = (\alpha - \alpha')/\lambda$:

$$\underline{s}(u) = \sum_{m=-n}^{m=n} \exp(2\pi i u x_m) \int \underline{t}_b(X) \exp(2\pi i u X)\, dX = \sum_{m=-n}^{m=n} \exp(2\pi i u m a)\, \hat{\underline{t}}_b(u)$$

Soit :

$$\underline{s}(u) = \hat{\underline{t}}_b(u) \sum_{m=-n}^{m=n} \exp(im\phi) \text{ avec } \phi = 2\pi u a$$

On reconnait une suite géométrique ainsi on a, en introduisant le nombre total de traits $N = 2n + 1$:

$$\underline{s}(u) = \hat{\underline{t}}_b(u) \exp(in\phi) \frac{1 - \exp(-iN\phi)}{1 - \exp(-i\phi)} = \hat{\underline{t}}_b(u) \frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)} \tag{6}$$

On en déduit alors :

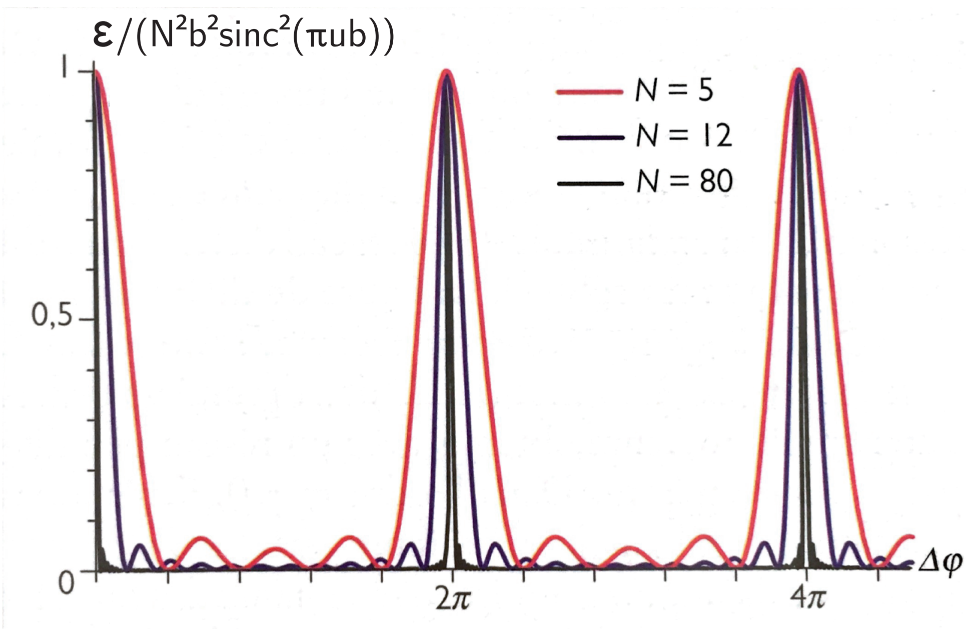
$$\underline{s}(u) = Nb \operatorname{sinc}(\pi u b) \frac{\sin(N\phi/2)}{N \sin(\phi/2)} \tag{7}$$

On en déduit l'éclairement :

$$\mathcal{E}(u) = N^2 b^2 \operatorname{sinc}^2(\pi u b) \left(\frac{\sin(N\phi/2)}{N \sin(\phi/2)}\right)^2 \tag{8}$$

On appelle la fonction réseau :

$$R = \left(\frac{\sin(N\phi/2)}{N \sin(\phi/2)}\right)^2$$



On voit ainsi que la hauteur des pics vaut :

$$N^2 b^2 \operatorname{sinc}^2(\pi u b)$$

La largeur des pics principaux diminue considérablement avec N. On peut montrer que la demi-largeur angulaire au pied d'un pic principal d'ordre m est égale à :

$$\Delta\theta_{1/2} = \frac{\lambda}{Na\cos(\theta)}$$

2. Propriétés et applications

MANIP : spectroscopie par réseau : doublet du mercure.

2.1 Propriétés

Dispersion angulaire

Considérons deux ondes planes, de longueurs d'onde voisines λ et $\lambda + d\lambda$, qui tombent sur un réseau, en faisant le même angle d'incidence θ_0. L'écart $d\theta$, entre les angles que font les ondes diffractées, est obtenu à partir de la relation : $a(\sin(\theta) - \sin(\theta_0)) = m\lambda$. En effet, en différentiant, on obtient :

$$a\cos(\theta)d\theta = md\lambda$$

On en déduit la dispersion angulaire $\mathcal{D}_a$ du réseau, dans le voisinage de l'ordre m :

$$\mathcal{D}_a = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{a\cos(\theta_m)}$$

La dispersion est donc plus forte lorsque l'ordre est élevé (m grand) et le pas faible (réseau serré). Notons que, contrairement au prisme, les ondes de grandes longueurs d'onde sont plus dispersées que celles de petites longueurs d'onde : l'angle de diffraction est plus grand pour "le rouge" que pour "le bleu". Notons que pour $\theta \approx 0$, la dispersion ne dépend pas de θ au premier ordre; $\mathcal{D}_a = m/a$. La variation de θ avec λ est alors linéaire.

Minimum de déviation

Dans un réseau par transmission, la déviation de l'onde incidente, $D = \theta - \theta_0$, passe par un minimum, comme dans le prisme. Montrons le en calculant $dD/d\theta_0$:

$$\frac{dD}{d\theta_0} = \frac{d\theta}{d\theta_0} - 1$$

Comme $a(\sin(\theta) - \sin(\theta_0)) = m\lambda$, λ ,m et a étant connus on a :

$$\frac{d\theta}{d\theta_0} = \frac{\cos(\theta_0)}{\cos(\theta)}\ ,\ \frac{dD}{d\theta_0} = \frac{\cos(\theta_0)}{\cos(\theta)} - 1 \text{ et } \frac{d^2D}{d\theta_0^2} = -\cos(\theta)\sin(\theta_0) + \cos^2(\theta_0)\tan(\theta)\cos^2(\theta)$$

Il en résulte que :

$$\frac{dD}{d\theta_0} = \frac{\cos(\theta_0)}{\cos(\theta)} = 0 \text{ pour } \theta = -\theta_0$$

en excluant le cas $\theta = \theta_0$ qui correspond au rayon non diffracté. Dans ces conditions :

$$\frac{d^2D}{d\theta_0^2} = -2\tan(\theta_0) > 0$$

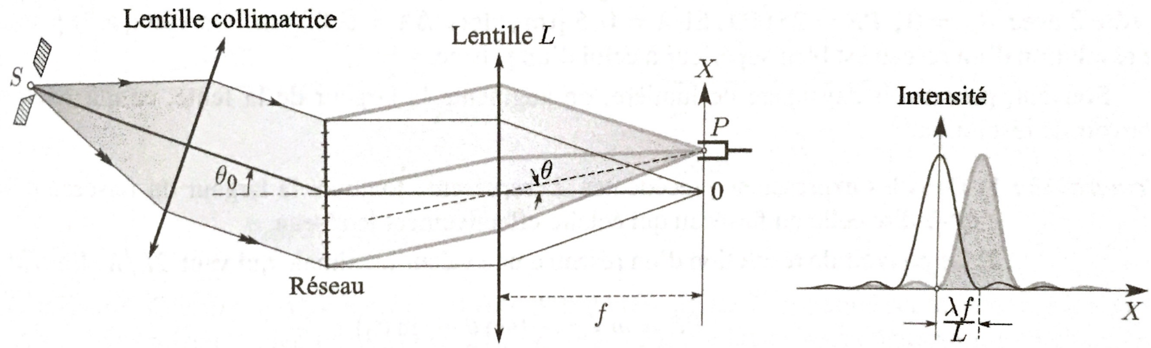
Pour $\theta = -\theta_0$, la déviation D passe donc par un minimum qui vaut : $D_m = 2\theta_0$. Dans la pratique, comme pour le prisme, on se place au minimum de déviation car les mesures sont plus précises.

2.2 Spectromètres à réseau

Comme pour le prisme le pouvoir de résolution PR d'un réseau est défini par :

$$PR = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

$\Delta\lambda$ étant le plus petit écart en longueur d'onde, détectable dans le plan d'observation.



Dans l'étude de la composition spectrale des ondes émises par les sources réelles, les réseaux ont pratiquement remplacée les prismes. Le montage utilisé est généralement celui de la figure : la source ponctuelle (ou infiniment fine), placée dans le plan focal d'une lentille, éclaire le réseau sous un angle θ_0. Une seconde lentille, de distance focale image f, permet de visualiser, dans son plan focal la figure de diffraction du réseau, autour de la valeur θ_m correspondant à l'ordre m.

Lorsque l'axe de la seconde lentille ne coïncide pas avec la normal au réseau, mais fait l'angle θ_m avec elle, la largeur des pics de diffraction n'est plus $\lambda f/l$ mais $\lambda f/(L\cos(\theta_m)$, $L\cos(\theta_m)$ étant la largeur de la fente diffractante équivalente. On retrouve ce résultat en cherchant le premier 0 de la fonction $R(u)$ dans le voisinage de $u = m/a$:

$$R(u) = 0 \text{ pour } u = \frac{m}{a} + \frac{1}{Na} \text{ soit } \Delta u = u - \frac{m}{a} = \frac{1}{Na}$$

Or en différentiant $u = /sin(\theta)/\lambda$, on obtient une autre expression de Δu :

$$\Delta u = \frac{\cos(\theta)\Delta\theta}{\lambda} \approx \frac{\cos(\theta_m)\Delta\theta}{\lambda} \text{ d'où } \frac{1}{Na} = \frac{\cos(\theta_m)\Delta\theta}{\lambda}$$

Il en résulte que :

$$f\Delta\theta = f\frac{\lambda}{Na\cos(\theta_m)} = \frac{\lambda f}{L\cos(\theta_m)}$$

Si l'onde plane qui tombe sur le réseau est constituée de deux ondes monochromatiques de longueur d'onde λ_1 et λ_2, chacune de ces ondes donne sa propre figure de diffraction, et les deux figures de diffraction coexistent.
Si le plus petit écart de longueur d'onde $\Delta\lambda$ détectable est défini par la largeur totale à mi-hauteur $\Delta X_{1/2}$ d'un pic de diffraction (critère de Rayleigh), alors $\Delta X_{1/2} = \lambda f/(L\cos(\theta_m))$, puisque tout se passe comme si la fente diffractante avait pour largeur $L\cos(\theta_m)$. Par conséquent :

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta X_{1/2}}{\mathcal{D}_l} = \frac{\Delta X_{1/2}}{f\mathcal{D}_a} = \frac{\lambda f}{L\cos(\theta_m)}\frac{a\cos(\theta_m)}{fm} = \frac{\lambda a}{mL} = \frac{\lambda}{mN}$$

N étant le nombre total de traits du réseau. On en déduit le pouvoir de résolution du réseau :

$$PR = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN \tag{9}$$

Bien que le pouvoir de résolution soit proportionnel à l'ordre m, les valeurs choisies pour m sont généralement petites, car l'intensité de l'onde est faible lorsque m est élevé.

Application des réseaux à la comparaison de deux longueurs d'onde (facultatif)

On veut comparer deux laser de deux longueurs d'onde différente, λ_1 et λ_2. On se place au minimum de déviation afin de neutraliser l'influence d'une erreur sur la mesure de l'angle d'incidence. Il vient, puisque $\theta = -\theta_0 = D/2$:

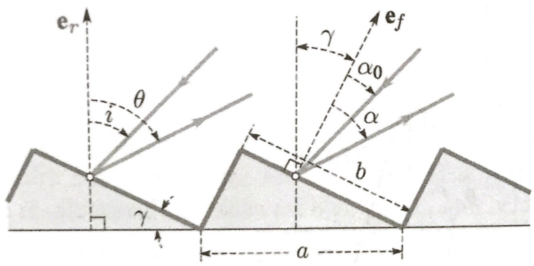
$$2a\sin(D_1/2) = m\lambda_1 \text{ et } 2a\sin(D_2/2) = m\lambda_2$$

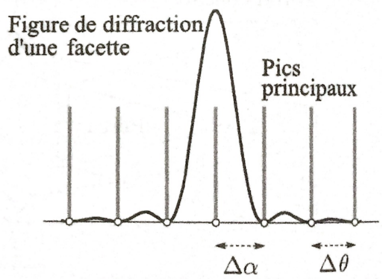
Par conséquent :

$$\lambda_1/\lambda_2 = \sin(D_1/2)/\sin(D_2/2)$$

2.3 Différents types de réseaux plans

Réseau échelette





On sait que pour un réseau de fentes, l'intensité lumineuse est répartie sur plusieurs pics et présente sa valeur maximale sur le pic central, ce qui offre aucun intérêt spectrométrique, puisqu'en ce point, où $u = 0$, touts les radiations se superposent. Avec ce dispositif on cherche à concentrer toute la lumière sur un seul ordre, en choisissant une géométrie telle que :

- $m \neq 0$, grâce à l'inclinaison d'un angle γ (angle de blaze) des différents motifs réfléchissants ;
- la largeur angulaire de la figure de diffraction du motif soit égale à la distance angulaire que sépare deux maxima principaux de la figure de diffraction du réseau.

Le système est caractérisé par la relation algébrique :

$$i = \alpha_0 + \gamma \text{ et } \theta = \alpha + \gamma$$

Le maximum de la figure de diffraction, donnée par une facette, est situé dans la direction réfléchie $\alpha = -\alpha_0$, définie par l'optique géométrique. La largeur angulaire s'écrit :

$$\Delta\alpha = \frac{\lambda}{b\cos(\alpha)} \tag{10}$$

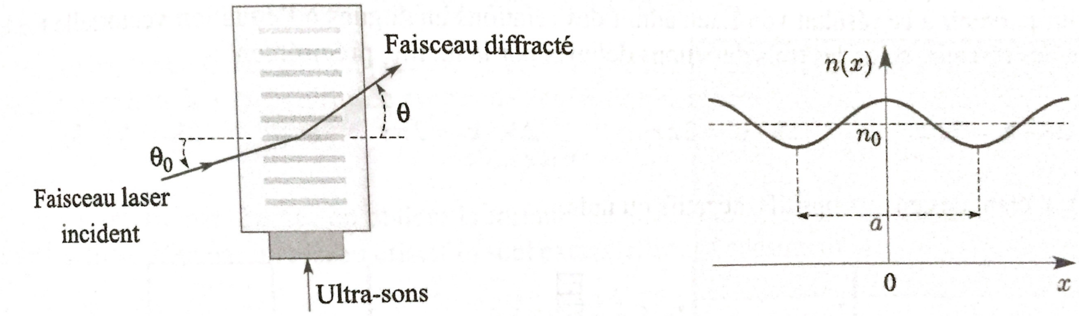
puisque $b\cos(\alpha)$ est la largeur de la facette. La distance angulaire $\Delta\theta$ qui sépare deux maxima principaux successifs est donnée par la fonction réseau $R(u)$:

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{a\cos(\theta)} \tag{11}$$

$a\cos(\theta)$ étant la période du réseau. L'égalité $\Delta\alpha = \Delta\theta$ définit la géométrie qui convient :

$$\frac{\lambda}{b\cos\alpha} = \frac{\lambda}{a\cos(\theta)} \text{ soit } \frac{b}{a} = \frac{\cos(\theta)}{\cos(\alpha)}$$

Réseau acousto-optique



Cet outil est capable de diffracter l'onde lumineuse émise par un laser en produisant des variations d'indice dans un matériau, à l'aide d'une onde acoustique sinusoïdale de grande fréquence (30MHz), produite par effet piézoélectrique. Le pas a du réseau de phase, ainsi constitué, est la longueur d'onde acoustique :

$$a = \lambda_a = v_a/f_a \approx 20\mu m \text{ pour } v_a \approx 600m.s^{-1}$$

Ainsi en faisant varier la fréquence du signal électrique, on peut modifier l'inclinaison du faisceau diffracté. Un tel réseau est appelé un déflecteur acousto-optique. L'indice s'écrit :

$$n(x) = n_0 + n_1\cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \tag{12}$$

n_0 et n_1 des constantes positives. La différence de phase introduite par la perturbation acoustique est :

$$\phi(x) = 2\pi\frac{n(x)e}{\lambda_0} = \frac{2\pi e n_0}{\lambda_0} + \frac{2\pi n_1 e}{\lambda_0}\cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \tag{13}$$

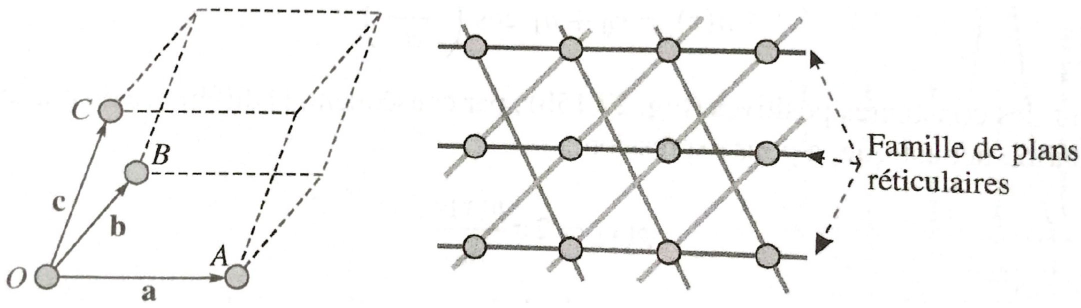
où e désigne l'épaisseur du matériau traversé et λ_0 la longueur d'onde de la lumière émise par le laser. La transmittance du réseau est :

$$\hat{\underline{t}}(u) = \exp\left(\frac{2\pi e n_0 i}{\lambda_0}\right)\int_{-a/2}^{a/2}\exp\left[\frac{2\pi i n_1 e}{\lambda_0}\cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right)\right]\exp(-i2\pi u x)dx \tag{14}$$

L'allure de la figure de diffraction est alors donnée par :

$$\mathcal{E}(u) = N|\hat{\underline{t}}(u)|^2\left[\frac{\sin(N\pi u a)}{N\sin(\pi u a)}\right]^2 \tag{15}$$

3. Extension aux réseaux tridimensionnels

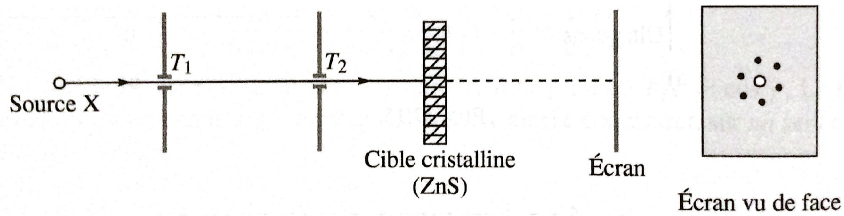


Les solides cristallins forment des réseaux tridimensionnels naturels que l'on peut reconstruire en reproduisant le motif élémentaire, appelé maille, selon ses trois directions. L'ordre de grandeur des trois dimensions de la maille est le dixième de nanomètre. Cette dernière est définie par trois vecteurs indépendant a, b et c. A partir de la position d'un atome pris comme origine, la position de l'un quelconques des atomes constituant le cristal a pour expression :

$$r = m_1 a + m_2 b + m_3 c \tag{16}$$

avec m_1, m_2 et m_3 des entiers, positifs, négatifs ou nuls. En raison de la périodicité de la structure, toute droite passant par deux atomes définit une rangée d'atomes équidistants et tout plan contenant trois atomes non alignés définit un plan réticulaire. Ces plan peuvent être regroupés en ensemble parallèles et équidistants qui contiennent tous les atomes du cristal.

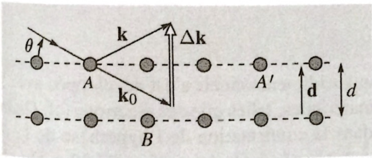
3.1 Diffraction des rayons X par les cristaux

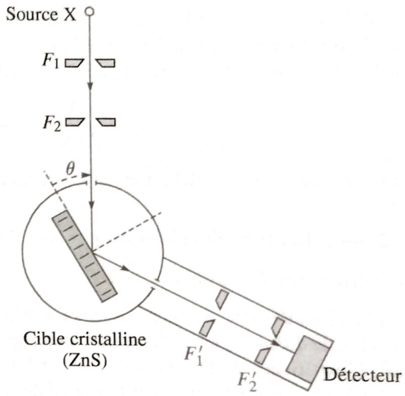


C'est le physicien allemand M. von Laue qui le premier en 1912, eut l'idée d'utiliser les réseaux cristallins pour tester la nature électromagnétique du rayonnement X : un pinceau de rayon X, défini par deux trous, percés dans deux écrans parallèles, est envoyé sur une cible cristalline de sulfure de Zinc. La figure enregistrée sur un écran photographique, placé après la cible, se présente sous forme d'un diagramme d'impacts, situés en des points privilégiés, symétriquement par rapport à la direction incidente. La comparaison de ce diagramme à celui obtenue en diffraction par les réseaux plan a permis d'établir que les rayons X étaient des ondes EM de longueur d'onde $\lambda \approx 1\mu m$.
Pour parvenir à ce résultat von Laue admit des relations analogues à l'équation vectorielle fondamentale des réseaux, selon les trois directions définies par la maille :

$$\Delta k \cdot a = 2\pi q\,;\ \Delta k \cdot b = 2\pi r\,;\ \Delta k \cdot c = 2\pi s \text{ avec } \delta k = k - k_0$$

q, r et s étant des entiers positifs, négatifs ou nuls.





On peut donner à ces relations une forme différente, en associant convenablement les atomes du réseau cristallin. C'est ce que proposa le physicien Bragg, en considérant la famille de plan réticulaires, telle que les vecteurs d'ondes k et k_0, de même norme, soient symétriques par rapport à ces plans. Les ondes diffusées par les atomes d'un même plan réticulaire sont alors toutes en phase, puisque pour deux atomes quelconques A et A' de ce plan, on a :

$$\Delta k \cdot (r - r') = 0$$

ce qui exprime vectoriellement la condition de phase constructive. En outre, les ondes diffusées par les atomes A et B, appartenant à deux plan réticulaires parallèles seront, elles aussi, en phase, si une condition analogue est satisfaite, dans laquelle$d$ désigne la distance qui séparer deux plan réticulaire consécutifs et m un entier positif négatif ou nul :

$$\Delta \cdot (r_A - r_B) = \Delta k \cdot d = 2\pi m$$

Il vint, en explicitant la condition précédente et en introduisant l'angle θ que fait, dans le plan d'incidence, la direction de l'onde diffusée avec elle celle des plan réticulaires :

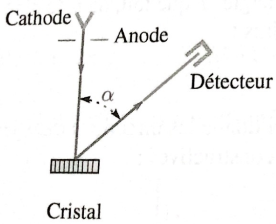
$$2k_0 d \sin(\theta) = 2\pi m$$

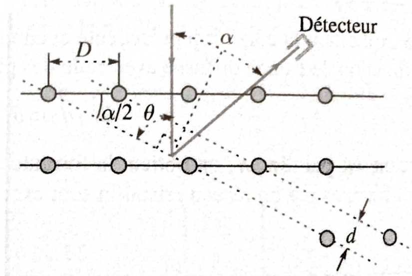
En remplaçant k_0 par $2\pi/\lambda$, on obtient la formule de Bragg qui donne les directions dans lesquelles les ondes diffractées par un réseau cristallin sont exceptiellement constructives :

$$2d \sin(\theta) = m\lambda \qquad (17)$$

La formule de Bragg permet de mesurer les distances réticulaires, lorsque la longueur d'onde de la source des rayons X est connue.

3.2 Diffraction des électrons par les cristaux





L'analyse des structures cristallines formant des réseaux tridimensionnels s'est développée avec la possibilité de diffracter les ondes associées aux particules matérielles, telles que les électrons. L'expérience de Davisson et Germer fut décisive dans la confirmation de l'hypothèse de L. de Broglie. Elle consiste à remplacer la source de rayons X par un canon à électrons. On obtient la relation suivante, entre la longueur d'onde λ_{DB}, la distance inter-atomique D et l'angle α que fait le rayon émergent avec le rayon incident :

$$D\sin(\alpha) = m\lambda_{DB}$$

Cette relation est compatible avec la formule de Bragg. En effet, en négligeant la réfraction de ces ondes, il vient, si l'on introduit l'angle $\theta = \pi/2 - \alpha/2$ que fait le rayon incident avec la direction des plans réticulaires, distants de $d = D\sin(\alpha/2)$:

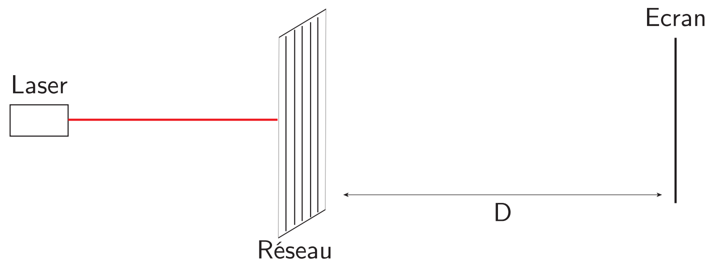
$$D\sin(\alpha) = 2D\sin(\alpha/2)\cos(\alpha/2) = 2d\sin(\theta) \text{ d'où } 2d\sin(\theta) = m\lambda_{DB}$$

Conclusion

Nous avons vu dans cette leçon comment décrire les structures périodiques dans le domaine de l'optique notamment. On a pu voir les relations décrivant les réseaux et aussi voir l'intérêt de ces systèmes. Ainsi cela a permis de prévoir des méthodes pour sonder la composition de la matière à l'échelle atomique.

MANIP : diffraction par un réseau

Détermination de la longueur d'onde d'un laser



Soit a l'espace entre les fentes. Il faut avoir $D \gg a$. Le déphasage entre deux motifs voisins vaut :

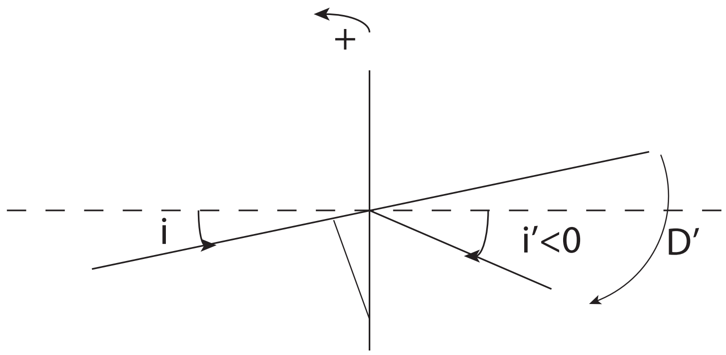
$$\phi = \frac{2\pi a}{\lambda_0}(\sin(\theta) - \sin(\theta_i)) \tag{18}$$

incidence normal $\theta_i = 0$, pour cela il faut se mettre au maximum de déviation : tourner le réseau jusqu'au point où on est au minimum.
On sait de plus :

$$\delta = p/\lambda \text{ et } \phi = 2\pi\delta/\lambda$$

Ainsi en incidence normale on a :

$$\sin(\theta) = p\lambda/a$$

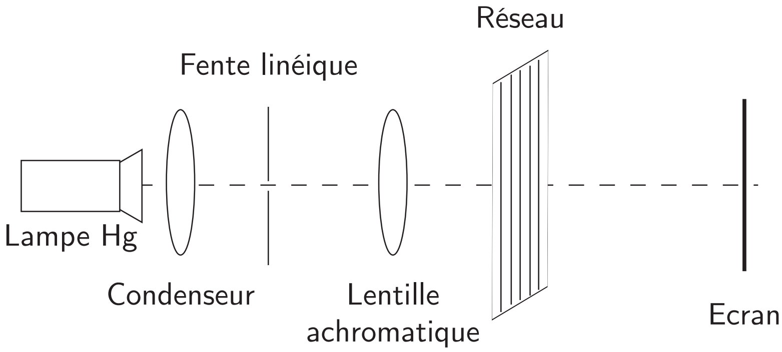


Soit $D' = i' - i$, alors $dD' = 0$ et $di = di'$. Soit :

$$\begin{gathered} k\lambda = a\sin(i) - a\sin(i') \\ k = 1 \text{ alors } 0 = di \cdot a\cos(i) - di' \cdot a\cos(i') \\ \implies \cos(i) = \cos(i') \implies i = -i' \implies D' = 2i' \\ \Leftrightarrow k\lambda = 2a\sin(D'/2) \end{gathered}$$

Connaissant la distance entre l'écran et le réseau et la distance entre deux points successifs d on peut en déduire $\tan(D') = d/D$. Ainsi on en conclue sur la longueur d'onde du laser connaissant le pas du réseau a.

Spectroscopie par réseau : doublet du mercure



On sait que :

$$k\lambda = -a\sin(i'), \text{ car incidence normale}$$
$$d\lambda = -a\cos(i')di'$$

Or :

$$di' = \delta/D$$

avec δ distance entre les deux longueurs d'ondes du doublet du mercure λ_1 et λ_2. Alors :

$$\Delta\lambda = a\frac{\delta}{D} \tag{19}$$