L.P. 25 - Ondes acoustiques

Benjamin Marchetti

Niveau : 2eme année CPGE

Pré-requis	**Bibliographie**
• Ondes progressives	• Physique Tout en un PC-PC*, Sanz, *Dunod*
• Ondes stationnaire	• H-prépa Ondes, *Hachette supérieur*
• Mécanique des fluides	• Ondes mécaniques et diffusion, Garing *Ellipse*
• Théorème de Schwartz	
• Thermodynamique	

Introduction

On a vu dans des leçon précédente comment caractériser le phénomène de propagation d'une onde. On connait l'aspect progressif et stationnaire des ondes à travers leur écriture mathématique. Qui dit propagation d'onde acoustique dit équation de d'Alembert. Dans cette leçon on va à travers une démarche similaire établir l'équation de propagation d'une onde acoustique dans un fluide.
Un objet, la membrane d'un haut parleur par exemple, se déplace dans un fluide. Ce déplacement doit être rapide sinon le fluide s'écoule simplement autour de l'objet. Les fluides étant des milieux élastiques, les particules de fluides au voisinage immédiat de cet objet voient leur volume et donc leur masse volumique varier. Cette modification de volume entraine une modification de la pression qui permet la mise en mouvement des particules de fluide voisines, cette mise en mouvement entrainant des variations de volume et donc de pression des particules de fluides voisines et ainsi de suite, générant ainsi une onde sonore (ou onde acoustique).
Deux points importants ressortent de cette description :
- La présence d'un milieu matériel est nécessaire. (expérience de la pompe à vide)
- La propagation des ondes sonores résulte du couplage entre les variations de pression et le déplacement des particules fluides.

Outre la pression, le volume et la masse volumique, d'autres grandeurs, comme la température, varient. Nous serons donc amenés à faire des hypothèses thermodynamiques concernant les transformations subies par la particule de fluide.

1. Équation de propagation des ondes sonores

1.1 Équation de couplage

On va considérer ici un fluide parfait dont on néglige l'influence de la pesanteur. Au repos, le fluide est caractérisé par :
- Une pression uniforme P_0
- Une masse volumique uniforme μ_0
- Une vitesse particulaire nulle

L'onde sonore est une perturbation par rapport à cette état d'équilibre.
Si on fait le bilan, l'état du fluide est donc décrit par :

- La pression $P(M,t) = P_0 + p_1(M,t)$ avec $|p_1(M,t)| \ll P_0$;
- La masse volumique $\mu(M,t) = \mu_0 + \mu_1(M,t)$ avec $|\mu_1(M,t)| \ll \mu_0$;
- La vitesse particulaire $\overrightarrow{v}(M,t) = \overrightarrow{0} + \overrightarrow{v}_1(M,t)$, avec $||\overrightarrow{v}_1(M,t)|| \ll V_0$ où V_0 est une vitesse que nous déterminerons plus tard.

Les grandeurs p_1/P_0, μ_1/μ_0 et v_1/V_0 seront traitées comme des infiniment petits du premier ordre, comme toutes les autres perturbations que pourra engendrer l'onde sonore dans le milieu. La quantité p_1 est appelée pression acoustique ou surpression.

Pour étudier la propagation des ondes sonores et chercher les équations qui relient les grandeurs p_1, μ_1 et $\overrightarrow{v}_1$, nous allons utiliser les résultats vus dans le cours de mécanique des fluides.

Les équations locales utilisées dans le cours de mécanique des fluides sont :
- L'équation locale de la conservation de la masse;

$$\frac{\partial \mu}{\partial t}(M,t) + \mathrm{div}(\mu \overrightarrow{v}(M,t)) = 0 \tag{1}$$

- L'équation d'Euler (le fluide est supposé parfait et on néglige la pesanteur)

$$\mu(M,t)\left(\frac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t}(M,t) + \left(\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{\mathrm{grad}}\right)\overrightarrow{v}(M,t)\right) = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}P(M,t) \tag{2}$$

On compte alors 5 inconnus scalaires (3 composantes pour la vitesse, la pression et la masse volumique). Or on ne dispose que de 4 équations scalaire. Il manque donc une équation. Celle-ci viendra d'une hypothèse thermodynamique sur la nature de la transformation qui sera précisée plus tard. Nous allons simplement supposer que le comportement du fluide est décrit par une équation reliant la masse volumique et la pression, de la forme :

$$\mu = f(P) \tag{3}$$

Nous préciserons ce que peut être cette équation.

Linéarisation des équations

En utilisant les grandeurs que l'on a introduit on peut ré-écrire l'équation de la conservation de la masse au point M à l'instant t :

$$\frac{\partial(\mu_0 + \mu_1)}{\partial t}(M,t) + \mathrm{div}((\mu_0 + \mu_1)\overrightarrow{v}(M,t)) = 0 \tag{4}$$

Le terme $\mu_1 \overrightarrow{v}_1$, produit de deux termes du premier ordre, est du deuxième ordre : il est négligeable. Par ailleurs, μ_0 est constant.

A l'ordre 1, l'équation devient :

$$\frac{\partial \mu_1}{\partial t}(M,t) + \mu_0 \mathrm{div}(\overrightarrow{v}(M,t)) = 0 \tag{5}$$

En ce qui concerne l'équation d'Euler, l'accélération convective, produit de deux termes du premier ordre, est du deuxième ordre/ Elle est négligeable devant l'accélération locale, qui est du premier ordre. Étudions l'ordre de grandeur du rapport entre l'accélération convective et l'accélération locale, pour préciser devant quelle vitesse V_0 la vitesse particulaire es négligeable. On appelle T la durée caractéristique de variation temporelle de la vitesse, L la distance caractéristique de variation spatiale de la vitesse et U l'ordre de grandeur caractéristique de la vitesse particulaire. Les ordres de grandeur cherchés sont :

$$\left\|\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}\right\| \sim \frac{U}{T} \text{ et } \left\|\left(\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\,\overrightarrow{v}\right)\right\| \sim \frac{U^2}{L}$$

donc,

$$\frac{\left\|\left(\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\,\overrightarrow{v}\right)\right\|}{\left\|\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}\right\|} \sim \frac{U^2}{L}\frac{T}{U} = \frac{U}{L/T} \ll 1$$

Or $L/T = c$, la célérité des ondes sonores dans le milieu, d'où $U \ll c$: la vitesse particulaire est négligeable devant la célérité des ondes. L'infiniment petit d'ordre un correspondant est U/c.

De plus, $\mu\dfrac{\partial \overrightarrow{v}_1}{\partial t} = \mu_0\dfrac{\partial \overrightarrow{v}_1}{\partial t}$ à l'ordre un. L'équation d'Euler linéarisé dans le cadre de l'approximation acoustique est donc :

$$\mu_0\frac{\partial \overrightarrow{v}_1(M,t)}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} p_1(M,t) \tag{6}$$

Un développement limité au premier ordre de la relation $\mu = f(P)$ donne :

$$\begin{aligned} \mu &= f(P_0 + p_1) = f(P_0) + f'(P_0)p_1 \\ \mu &= \mu_0 + \left(\frac{d\mu}{dP}\right)_{p_1=0} p_1 \\ \Longrightarrow \mu_1 &= \left(\frac{d\mu}{dP}\right)_{p_1=0} p_1 \end{aligned}$$

On peut donc ré-écrire l'équation sous la forme :

$$\mu_1(M,t) = \mu_0\chi_0 p_1(M,t) \tag{7}$$

où $\chi_0 = \dfrac{1}{\mu_0}\left(\dfrac{d\mu}{dP}\right)_{p_1=0}$ est le coefficient de compressibilité isentropique.

Les équations à considérer maintenant sont des équations couplées :

$$\begin{aligned} \chi_0\frac{\partial p_1}{\partial t}(M,t) &= -\text{div}\,\overrightarrow{v}_1(M,t) \\ \mu_0\frac{\partial \overrightarrow{v}_1}{\partial t}(M,t) &= -\overrightarrow{\text{grad}} p_1(M,t) \end{aligned} \tag{8}$$

1.2 Équation de propagation

On va nous placer dans une situation unidimensionnelle et supposer que $p_1(M,t) = p_1(x,t)$ uniquement. Dans ce cas alors, $\overrightarrow{\text{grad}} p_1 = \dfrac{\partial p_1}{\partial x}\overrightarrow{u}_x$, donc $\overrightarrow{v}_1 = v_1\overrightarrow{u}_x$.

$$\begin{aligned} \chi_0\frac{\partial p_1}{\partial t}(x,t) &= -\frac{\partial v_1}{\partial x}(x,t) \\ \mu_0\frac{\partial v_1}{\partial t}(x,t) &= -\frac{\partial p_1}{\partial x}(x,t) \end{aligned} \tag{9}$$

Pour découpler les deux équations précédentes on va utiliser le théorème de Schwarz pour les dérivées partielles : on dérive par rapport au temps la 1er équation et la deuxième par rapport à x :

$$\begin{aligned} \chi_0\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2}(x,t) &= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial v_1}{\partial x}(x,t)\right) \\ \mu_0\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_1}{\partial t}(x,t)\right) &= -\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2}(x,t) \end{aligned} \tag{10}$$

Ainsi on trouve l'équation dont vérifie la surpression p_1 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2}(x,t) &= \frac{1}{\mu_0 \chi_0}\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2}(x,t) \\ \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2}(x,t) &= c^2 \Delta p_1(x,t) \qquad (3D) \end{aligned} \tag{11}$$

Cette équation est également vérifiée par le potentiel des vitesses ($\overrightarrow{v} = -\overrightarrow{\text{grad}}\Phi$) et les champs de vitesse ($\overrightarrow{v}$).

Célérité du son

La vitesse caractéristique de la propagation du son s'exprime en fonction des caractéristiques du fluide par :

$$c^2 = \frac{1}{\mu_0 \chi_0} = \left(\frac{\partial P}{\partial \mu}\right)_{p_1=0} \tag{12}$$

Soit deux variables temporelles : T^*_{diff} la durée caractéristique de la diffusion thermique et T^* la durée caractéristique de variation de grandeurs qui se propagent sur la même distance.
On sait que $T^*_{diff} = L^2/D_{th}$ où D_{th} est la diffusivité thermique du milieu, et $T^* = L/c$.
La diffusivité thermique de l'ai est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}$. Les fréquences audibles se situent entre 20Hz et 20kHz, ce qui correspond à des longueurs d'onde comprise entre 1.7 cm et 17 m. Nous pouvons choisir comme longueur L justement la longueur d'onde. Dans ce cas, $T^*/T^*_{diff} = fD_{th}/c^2 \ll 1$

$\Longrightarrow$ **La durée caractéristique de la diffusion thermique est beaucoup plus grande que la durée caractéristique de variation des grandeurs qui se propagent : l'évolution du fluide sera donc considérée comme adiabatique au passage de l'onde sonore.**

De plus le fluide est considéré comme parfait, les effets de viscosité ont donc été négligés : les transformations subies par le fluide peuvent être considérées comme réversibles. Le fluide subit des transformations adiabatiques réversibles, c'est à dire isentropiques.

$$\Longrightarrow \chi_0 = \chi_S = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \mu}{\partial P}\right)_S$$

Soit le fluide étant assimilé à un gaz parfait. Son évolution étant adiabatique réversible, l'équation qui la décrit est la loi de Laplace :

$$\begin{aligned} &\frac{P}{\mu^\gamma} = cste \\ \Longrightarrow &\frac{\partial \mu}{\partial P}(p_1 = 0) = \frac{A}{\gamma} P_0^{\frac{1}{\gamma}-1} = \frac{\mu_0}{\gamma P_0} \end{aligned} \tag{13}$$

avec $\gamma = c_p/c_v$, rapport des capacités thermiques à pression et volume constants.
D'où la relation définissant la vitesse du son dans un gaz :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\mu_0}} = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}} \tag{14}$$

où M est la masse molaire du fluide et T_0 sa température au repos.

MANIP : HAUT PARLEUR MESURE DE LA CELERITE DU SON

Pour les ondes acoustiques dans les solides on a :

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{15}$$

milieu	vitesse du son (m . s⁻¹)
gaz	
dioxygène	317
air	331
diazote	339
dihydrogène	1 270
liquides	
eau	1 500
mercure	1 450
solides	
plomb	1 230
cuivre	3 750
fer	5 130
granit	6 000

FIGURE *1 – Ordre de grandeur de la vitesse du son dans différents milieux*

2. Solutions de l'équation

2.1 Ondes planes progressives monochromatique

On va considérer ici, une solution particulière de l'équation de d'Alembert : l'OPPH. Considérons une onde plane progressive monochromatique, de pulsation ω et de vecteur d'onde $\overrightarrow{k} = k\overrightarrow{u}_x$, dont le potentiel est, en notation complexe :

$$\underline{\phi} = \underline{\phi}_0 \exp(j(\omega t - kx))$$

Les champs de vitesse et de surpressions sont alors :

$$\begin{aligned} \underline{\overrightarrow{v}} &= \overrightarrow{\text{grad}}\underline{\phi} = -jk\underline{\phi}_0 \exp(j(\omega t - kx))\overrightarrow{u}_x \\ \underline{p} &= -\mu_0 \frac{\partial \underline{\phi}}{\partial t} = -j\omega\mu_0\underline{\phi}_0 \exp(j(\omega t - kx)) \end{aligned} \tag{16}$$

Ainsi on retrouve pour l'équation de propagation :

$$\Delta\underline{\phi} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{\phi}}{\partial t^2} = \left(-k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\right)\underline{\phi} = 0 \tag{17}$$

avec la relation de dispersion $k^2 = \omega^2/c^2$.

2.2 Notion d'impédance

En électrocinétique, une impédance est égale au rapport de l'amplitude complexe d'une tension v sur celle d'une intensité i : $Z = v/i$.
Par analogie, nous pouvons définir une impédance pour une onde sonore plane monochromatique se propageant dans un tuyau de section S comme le rapport de l'amplitude d'une force pS sur l'amplitude du débit volumique correspondant vS : $Z = pS/vS = p/v$.
Dans le cas d'une onde plane progressive harmonique se propageant selon les x croissants, la pression p et la vitesse $\overrightarrow{v}$ sont proportionnelles :

$$\underline{\overrightarrow{v}} = -j\frac{\omega}{c}\exp(j\omega t - kx))\overrightarrow{u}_x = \underline{v}\overrightarrow{u}_x \text{ et } \underline{p} = -j\omega\mu_0\underline{\phi}_0\exp(j\omega t - kx))\overrightarrow{u}_x$$

Soit alors :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{p}}{\underline{v}} = Z_c = \mu_0 c = \frac{1}{\chi_0 c} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\chi_0}} \tag{18}$$

Cette impédance Z_c est réelle et indépendante de x et de ω. Dans le cas d'une onde plane progressive monochromatique se propageant selon les x décroissants, $\underline{\phi} = \underline{\phi}_0\exp(j(\omega t + kx))$, d'où :

$$-Z_c = \frac{\underline{p}}{\underline{v}} \tag{19}$$

Ordre de grandeur : L'impédance acoustique d'un liquide est environ 5000 fois plus grande que celle d'un gaz : en effet, la masse volumique d'un liquide est environ 1000 fois plus grande que celle d'un gaz et la célérité du son dans un liquide environ 5 fois plus importante que dans un gaz. Plus précisément, les impédances acoustique de l'eau et de l'air sont : $Z_{eau} = 1,4 \cdot 10^6 kg \cdot m^{-2}$ et $Z_{air} = 410 kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$. Pour un solide, Z_a est du même ordre de grandeur que pour un liquide mais un peu plus grande car μ_0 et c sont légèrement plus importantes. Nous retiendrons donc le résultat suivant :

$$Z_{a,solide} > Z_{a,liquide} \gg Z_{a,gaz}$$

2.3 Aspect énergétique

Dans le cadre de la leçon concernant les ondes progressives et les ondes stationnaires, vous avez surement vu l'aspect énergétique concernant la propagation d'une onde. Faisons de même pour une onde sonore.

Puissance transférée à travers une surface S

La puissance transférée à travers une surface $\mathcal{S}$ est la puissance des forces de pression, soit :

$$\mathcal{P} = \iint_{M\in\mathcal{S}} (P_0 + p_1(M,t))d\overrightarrow{S}_M \cdot \overrightarrow{v}_1(M,t) \tag{20}$$

Cette puissance s'écrit comme le flux du vecteur $(P_0 + p_1)\overrightarrow{v}_1$ à travers la surface $\mathcal{S}$. Nous pouvons alors définir le vecteur densité de courant d'énergie, que nous noterons $\overrightarrow{\Pi}$ (vecteur de Poynting sonore) :

$$\overrightarrow{\Pi}(M,t) = (P_0 + p_1(M,t))\overrightarrow{v}_1(M,t) \tag{21}$$

Rq : Il est composé d'un terme d'ordre 1, $\overrightarrow{\Pi}_1(M,t) = P_0\overrightarrow{v_1}(M,t)$, dont la valeur moyenne temporelle est nulle dans le cas d'une onde plane progressive sinusoidale, et d'un terme d'ordre 2, $\overrightarrow{\Pi}_2(M,t) = p_1\overrightarrow{v_1}(M,t)$ qui permet d'exprimer le transfert d'énergie dû à la surpression donc aux ondes sonores.

Densité volumique d'énergie

L'énergie cinétique volumique associée au mouvement (macroscopique) du fluide est à l'ordre 2 :

$$e_K = \frac{1}{2}\mu_0 v^2 \tag{22}$$

Quand la particule de fluide est au repos, sa pression est P_0 et son volume $d\tau_{M,0}$. En présence de l'onde sonore, sa pression est $P = P_0 + p_1$ et son volume $d\tau_M$. Le travail des efforts de pression est stocké sous forme d'énergie potentielle par la particule de fluide : il est emmagasiné au cours des phases de compression, où la particule de fluide augmente son énergie potentielle, et transmis au reste du fluide au cours des phases de détente, où la particule de fluide voit sont énergie potentielle diminuer.
La particule de fluide possède l'énergie potentielle :

$$dE_P(M,t) = e_P(M,t)d\tau_M \tag{23}$$

On définit la densité volumique d'énergie $e(M,t) = e_c(M,t) + e_P(M,t)$.

Bilan énergétique

Considérons un volume de fluide $\mathcal{V}$ quelconque. A l'instant tt, il contient l'énergie :

$$\mathcal{E}(t) = \iiint_{M\in\mathcal{V}} e(M,t)d\tau_M \tag{24}$$

A l'instant $t + dt$, son énergie est devenue :

$$\mathcal{E}(t+dt) = \iiint_{M\in\mathcal{V}} e(M,t+dt)d\tau_M \tag{25}$$

Entre les deux instant il a perdu l'énergie :

$$\mathcal{E}_{\mathcal{V}\to ext} = \mathcal{P}_{\mathcal{V}\to ext}dt = \oint\oint_{P\in\mathcal{S}} \overrightarrow{\Pi}(P,t)\cdot\overrightarrow{dS}_P dt \tag{26}$$

où $\mathcal{S}$ est la surface qui délimite le volume $\mathcal{V}$. La conservation de l'énergie du fluide contenu dans le volume $\mathcal{V}$, s'écrit :

$$\begin{aligned} &\mathcal{E}(t+dt) = \mathcal{E}(t) - \mathcal{E}_{\mathcal{V}\to ext} \\ \Leftrightarrow &\frac{d\mathcal{E}}{dt} + \mathcal{P}_{\mathcal{V}\to ext} = 0 \end{aligned} \tag{27}$$

On a bien l'équation globale de conservation de l'énergie. En utilisant le théorème de Green-Ostrogradski on obtient :

$$\begin{aligned} &\frac{d\mathcal{E}}{dt} + \mathcal{P}_{\mathcal{V}\to ext} = 0 \\ \Leftrightarrow &\frac{d}{dt}\left(\iiint_{M\in\mathcal{V}} e(M,t)d\tau_M\right) + \oint\oint_{P\in\mathcal{S}} \overrightarrow{\Pi}(P,t)\cdot\overrightarrow{dS_P} = 0 \\ \Leftrightarrow &\iiint_{M\in\mathcal{V}} \frac{\partial e(M,t)}{\partial t}d\tau_M + \iiint_{M\in\mathcal{V}} \operatorname{div}\overrightarrow{\Pi}(M,t)d\tau_M = 0 \end{aligned} \tag{28}$$

Cette équation étant valable quel que soit le volume $\mathcal{V}$, on en déduit l'équation locale de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial e}{\partial t}(M,t) + \operatorname{div}\overrightarrow{\Pi}(M,t) = 0 \tag{29}$$

On retrouve la forme générale de toutes les équations de conservation déjà rencontrées. Pour simplifier les calculs, nous nous placerons dans le cas 1D.

Densité volumique d'énergie potentielle

On cherche $e_P(x,t)$ solution de l'équation :

$$\frac{\partial e_P}{\partial t} + \frac{\partial\left(\frac{1}{2}\mu_0 v_1^2\right)}{\partial t} + \frac{\partial\left(P_0 v_1 + p_1 v_1\right)}{\partial x} = 0 \tag{30}$$

Cette équation s'écrit :

$$\frac{\partial e_P}{\partial t} = -\mu_0 v_1 \frac{\partial v_1}{\partial t} - P_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} - p_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} - v_1 \frac{\partial p_1}{\partial x} \tag{31}$$

Compte tenu des équations de couplage on a finalement :

$$\frac{\partial e_P}{\partial t} = \left(P_0 \chi_0 p_1 + \frac{1}{2}\chi_0 p_1^2\right) \tag{32}$$

On a une terme d'ordre 1 et un terme d'ordre 2. Par ailleurs le terme d'ordre 1 de l'énergie potentiel s'annule avec le terme d'ordre un du vecteur de Poynting. On en déduit alors :

$$\frac{\partial e_C}{\partial t}(x,t) + \frac{\partial e_{P2}}{\partial t}(x,t) + \frac{\partial \Pi_2}{\partial t}(x,t) = 0 \tag{33}$$

Le bilan énergétique locale est vérifié à chaque ordre d'approximation.

2.4 Intensité sonore

L'intensité d'une onde acoustique est définie comme la puissance moyenne par unité de surface transportée par l'onde. Elle s'exprime donc en $W.m^{-2}$ et est égale au flux moyen du vecteur de Poynting sonore à travers une surface unité perpendiculaire à sa direction de propagation $\vec{n}$:

$$I = <\Pi> = <\vec{\Pi}\cdot\vec{n}> \tag{34}$$

L'intensité des sons naturels varie énormément : du bourdonnement d'un moustique au bruit d'un avion au décollage, l'oreille humaine est capable de détecter des sons dont l'intensité varie d'un facteur 10^{12} environ. D'autre part, quand l'intensité d'un son est multipliée par dix, l'oreille le perçoit comme un doublement du volume sonore : l'oreille est un récepteur logarithmique. C'est pourquoi l'intensité sonore s'exprime en bels ou en décibels. On définit l'intensité sonore en décibels, ou niveau sonore par :

$$I_{dB} = 10\log\frac{I}{I_0} \tag{35}$$

avec $I_0 = 10^{-12} W.m^{-2}$, le seuil d'audibilité pour une fréquence voisine de 4000 Hz, c'est à dire à l'intensité minimale que peut détecter l'oreille humaine. Pour une onde plane harmonique, $I = \frac{p_{1eff}^2}{\mu_0 c}$. Le seuil d'audibilité correspond donc à une surpression efficace $p_{1eff,0} = 2.10^{-5} Pa$. L'intensité sonore en décibels peut donc s'écrire aussi :

$$I_{dB} = 20\log\frac{p_{1eff}}{p_{1eff,0}} \tag{36}$$

avec $p_{1eff,0} = \sqrt{\mu_0 c I_0}$

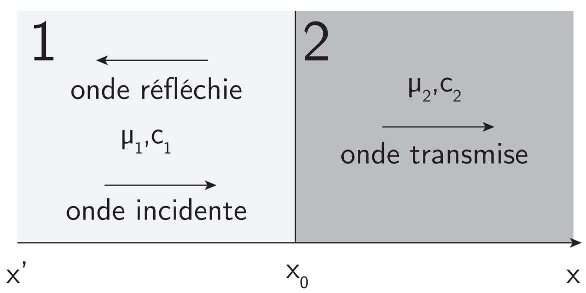
Quelques niveaux sonores	
Pièce silencieuse :	30 dB
Lave-vaisselle silencieux :	50 dB
Rue animée :	75 dB
Bébé qui pleure :	80 dB
Scooter (en accélération) :	90 dB
Cantine scolaire :	100 dB
Balladeur à fond :	105 dB
Scooter sans pot en accélération :	115 dB
Avion :	120 dB
Chantier de marteaux piqueurs :	130 dB
Boîte de nuit :	130 dB
Fusée :	180 dB

FIGURE *2 – Ordre de grandeur d'intensité sonores*

3. Réflexion et transmission des ondes sonores

Intéressons nous à des ondes planes se propageant dans des conduites de section constante.

3.1 Conditions aux limites



Considérons la réflexion d'une onde plane à l'interface de séparation de deux fluides. Nous nous limiterons au cas de l'incidence normale, l'onde incidente se propageant perpendiculairement à la surface plane séparant le milieu 1 et le milieu 2.

L'onde incidente $f_1\left(t - \frac{x}{c_1}\right)$ donne naissance à une onde réfléchie $g_1\left(t + \frac{x}{c_1}\right)$ et à une onde transmise $f_2\left(t - \frac{x}{c_1}\right)$, qui peuvent être déterminées en précisant les conditions aux limites vérifiées par les vitesses et les surpressions de ces ondes à l'interface.

Posons donc (en notant $Z_{c1} = \mu_1 c_1$ et $Z_{c2} = \mu_2 c_2$) les impédances caractéristiques des deux milieux :

$$\begin{cases} v_1(x,t) = f_1(x,t) + g_1(x,t) = f_1\left(t - \frac{x}{c_1}\right) + g_1\left(t + \frac{x}{c_1}\right) \\ p_1(x,t) = Z_{c1}\left[f_1(x,t) - g_1(x,t)\right] = Z_{c1}\left[f_1\left(t - \frac{x}{c_1}\right) - g_1\left(t + \frac{x}{c_1}\right)\right] \end{cases}$$
$$\begin{cases} v_2(x,t) = f_2(x,t) = f_2\left(t - \frac{x}{c_2}\right) \\ p_2(x,t) = Z_{c2} f_2(x,t) = Z_{c2} f_2\left(t - \frac{x}{c_2}\right) \end{cases} \tag{37}$$

Continuité de la vitesse

Par définition de l'interface, les déplacements, donc les vitesses, des fluides perpendiculaires à celui-ci sont identiques :

$$v_{1x}(x_0,t) = v_{2x}(x_0,t) \text{ soit } f_1(x_0,t) + g_1(x_0,t) = f_2(x_0,t)$$

Continuité de la pression

Considérons un piston de masse M, de section S et d'épaisseur négligeable, au niveau de l'interface. Soumis aux forces de surpression p_1 et p_2, son mouvement est décrit par l'équation $a(t)$ étant son accélération :

$$Ma(t) = S[p_1(x_0,t) - g_1(x_0,t)] = Z_{c2}f_2(x_0,t) \tag{38}$$

L'accélération du piston est celle du fluide au niveau de l'interface, elle reste finie. Lorsque la masse M tend vers zéro, le produit $Ma(t)$ tend vers zéro et conduit à la continuité des surpressions :

$$p_1(x_0,t) = p_2(x_0,t) \text{ soit } Z_{c1}[f_1(x_0,t) - g_1(x_0,t)] = Z_{c2}f_2(x_0,t)$$

3.2 Coefficients de réflexion et de transmission des ondes sonores

Coefficients de réflexion et de transmission en amplitude

Le coefficient de réflexion (transmission) est le rapport entre l'amplitude de l'onde réfléchie (transmise) et l'amplitude de l'onde incidente au niveau de l'interface.
Les conditions aux limites étant traduites par les équations de continuités de vitesse et de pression. Nous en déduisons dons les coefficients de réflexion en vitesse $r_{12(v)}$ et en surpression $r_{12(p)}$.

$$r_{12(v)} = \frac{g_1\left(t+\frac{x_0}{c_1}\right)}{f_1\left(t-\frac{x_0}{c_1}\right)} = \frac{Z_{c1}-Z_{c2}}{Z_{c1}+Z_{c2}} = -r_{12(p)} \tag{39}$$

et ceux de transmission $\tau_{12(v)}$ et $\tau_{12(p)}$:

$$\begin{aligned} \tau_{12(v)} &= \frac{f_2\left(t-\frac{x_0}{c_2}\right)}{f_1\left(t-\frac{x_0}{c_2}\right)} = \frac{2Z_{c1}}{Z_{c1}+Z_{c2}} = \frac{2\mu_1 c_1}{\mu_1 c_1 + \mu_2 c_2} \\ \tau_{12(p)} &= \frac{2Z_{c2}}{Z_{c1}+Z_{c2}} = \frac{2\mu_2 c_2}{\mu_1 c_1 + \mu_2 c_2} \end{aligned} \tag{40}$$

Coefficients de réflexion et de transmission énergétique

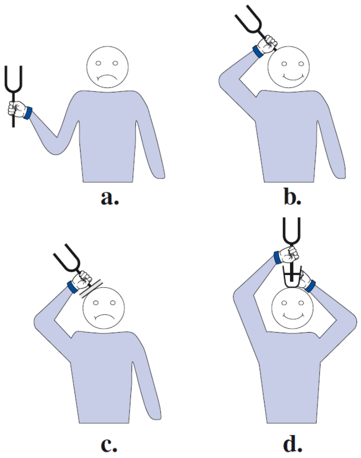
Le coefficient de réflexion énergétique R est le rapport (en valeur absolue) entre la puissance réfléchie et la puissance incidente à l'interface. Le coefficient de transmission énergétique T est le rapport (en valeur absolue) entre la puissance transmise et la puissance incidente à l'interface :

$$R = \left|\frac{\vec{\Pi}_r \cdot \vec{u}_x S_r}{\vec{\Pi}_i \cdot \vec{u}_x S_i}\right| \text{ et } T = \left|\frac{\vec{\Pi}_t \cdot \vec{u}_x S_t}{\vec{\Pi}_i \cdot \vec{u}_x S_i}\right|$$

avec $\overrightarrow{\Pi} = Z_c f^2(x_0, t)\overrightarrow{u}_x$ pour les trois indices, r, t et i. Sachant que la section est constante on obtient finalement :

$$\begin{aligned} R &= |r_{12(v)} r_{12(p)}| = \left(\frac{Z_{c1} - Z_{c2}}{Z_{c1} + Z_{c2}}\right)^2 = \left(\frac{\mu_1 c_1 - \mu_2 c_2}{\mu_1 c_1 + \mu_2 c_2}\right)^2 \\ T &= |\tau_{12(v)} \tau_{12(p)}| = \frac{4 Z_{c1} Z_{c2}}{(Z_{c1} + Z_{c2})^2} = 1 - R \end{aligned} \tag{41}$$

Considérons, par exemple, une interface liquide-gaz. Le liquide est nettement plus dense que le gaz et la vitesse du son y est supérieur. Nous obtiendrons alors $R \approx 1$ et $T \ll 1$. La transmission des ondes sonores entre un liquide et un gaz est for peu efficace. Par exemple, un plongeur entendra distinctement le bruit d'une hélice de hors bord tournant dans l'eau, mais beaucoup le plus difficilement une personne placée sur la berge criée.



Nous pouvons réaliser quelques manipulations simples à l'aide d'un diapason pour illustrer les conclusions que nous avons énoncées :

(a) Le diapason excité par un choc initial, est tout d'abord maintenu en l'air. Il est délicat de percevoir le son qu'il émet même à proximité de la tête. **La transmission des ondes sonores entre un solide et un gaz est peu efficace**.

(b) Si le diapason est placé contre la tempe (ce que fait un musicien), le son devient parfaitement audible. **La transmission des ondes sonore entre deux solides est efficaces**.

(c) Si une plaque de polystyrène est placée entre le diapason et la tempe, le son redevient très faible. **Un certain nombre de matériaux (feutre, polystyrène...) absorbent les sons**.

d Si le diapason est placé dans un verre d'eau sur la tête, le son est aussi perceptible. **La transmission des ondes acoustiques entre un solide et un liquide est efficace**.

Conclusion

On va pu voir dans cette leçon comment formaliser mathématiquement la propagation des ondes acoustiques à travers un milieu. On a également pu aborder l'aspect énergétique qui découle de cette propagation et enfin comment raisonner en présence d'une interface entre deux milieux de nature différente et comprendre l'importance de la notion d'impédance.