

Optique géométrique

Approximation de l'optique géométrique, rayon lumineux

Nbr° expérimental : la zone lumineuse issue d'une source ponctuelle, dans un milieu homogène, est située à l'intérieur d'un cône, appelé faisceau lumineux.

↳ si on intercale sur le trajet de la lumière un écran percé d'un trou de petite taille, on restreint l'ouverture de la zone éclairée : on parle de faisceau lumineux.

↳ comportement ondulatoire de la lumière → diffraction

Onde lumineuse plane → surfaces d'onde sont des plans

Onde lumineuse sphérique → " " " des sphères

Indice de réfraction d'un milieu

Vitesse de propagation (ou célérité) de l'onde dépend du milieu traversé

$$v = \frac{c}{n} \text{ avec } n > 1$$

n indice de réfraction du milieu

Longueur d'onde : le onde lumineuse peut être considérée comme une superposition d'ondes monochromatiques. La vitesse de l'onde dépend du milieu mais pas la pulsation ω .

Une onde comportant une seule pulsation est dite monochromatique, la pulsation étant caractéristique de la couleur du rayonnement lumineux.

Onde caractérisée par $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ou fréquence $\nu = \frac{1}{T} = \frac{f}{T}$

Longueur d'onde λ :

$$\lambda = \nu T = \frac{cT}{n} = \frac{\lambda_0}{n}$$

λ longueur d'onde dans le vide

Lois fondamentales de l'optique géométrique

Milieu homogène et isotrope :

↳ prop. physique identique en tt pts du milieu

↳ ces prop. st identiques dans ttes les direct° de propagat° des rayons lumineux.

Milieu pour lesquels la vitesse de propagat° n'est pas la m[^] parallèlement aux 3 axes de coordonnées → milieux biréfringents (quartz)

Échelle de l'approx. de l'optique géométrique

Les lois de l'optique géométrique étudiées dans le suite st valables tant que les instruments utilisés st de grande taille par rapport à la longueur d'onde

Propagat° rectiligne

Dans un milieu homogène et isotrope, les rayons lumineux st des droites

Dans une suite de milieux homogènes, le trajet d'un rayon lumineux sera formé d'une success° de segments de droites

Réseau inverse :

La trajectoire suivie par la lumière ne dépend pas du sens de parcours

↳ loi du réseau inverse de la lumière

Refract^o, réflexion

Vocabulaire

Si la surface entre 2 milieux successifs est réfléchissante, on parle de miroir, sinon il s'agit d'un dioptre.

↳ syst. que des dioptres → syst. dioptrique

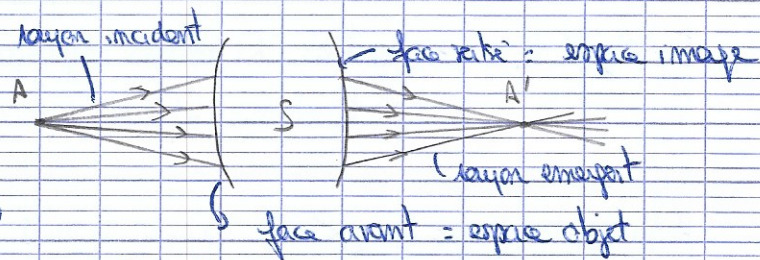
syst. contenant un ou plusieurs miroirs → syst. catadioptrique

Le plus souvent le syst. est centré → axe de symétrie = axe optique

↳ cet axe est dans le sens de propagat^o. Qd il y a réflexion, l'orientat^o change de sens

Les plans \perp à cet axe optique et appelés plans transversaux.

Image



A' image de A

A antécédent de A'

A et A' sont conjugués par le système

En A → faisceau divergent A' → faisceau convergent

Si A est dans S → objet virtuel

A' " " S → image virtuelle

Loi de Descartes

Réflexion = si la surface réfléchissante est un métal poli → réflexion métallique

si la surface " " est la surface de séparat^o entre 2 milieux

transparents → réflexion diélectrique (ou dioptrique)

Le pt I où le rayon incident rencontre la surface est appelé pt d'incidence.

Le plan contenant le rayon incident et le normale à la surface au pt I est appelé plan d'incidence.

- Loi de la réflexion :
- Le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence
 - Les angles d'incidence i et de réflexion r sont tels que

$$r = -i$$

Refraction

- Loi de Descartes :
- Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence
 - Les angles d'incidence i_1 et de réfraction i_2 sont tels que

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

Si $n_2 > n_1$ \rightarrow milieu (2) est plus réfringent que milieu (1)
 \hookrightarrow le rayon réfracté se rapproche de la normale

Si $n_2 < n_1$ \rightarrow milieu (2) moins réfringent que milieu (1)
 \hookrightarrow le rayon réfracté s'écarte de la normale

Reflexion totale = $n_2 < n_1$, angle limite correspondant à $i_2 = \frac{\pi}{2}$

$$\rightarrow \sin(i_{\text{lim}}) = \frac{n_2}{n_1}$$

Refract° limite = $n_2 > n_1$, angle limite $i_2 = \frac{\pi}{2}$

$$\rightarrow \sin(i_{2, \text{max}}) = \frac{n_1}{n_2}$$

Cas de milieux stratifiés : La trajectoire de la lumière est formée de segments de droites dont l'ensemble a sa concavité tournée vers les indices croissants

$$\hookrightarrow n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = \dots = n_m \sin i_m$$

$$\Rightarrow n_m \sin i_m = \text{cte}$$

n dépend de $p \in T$ des milieux ($p \uparrow \rightarrow n \uparrow$)

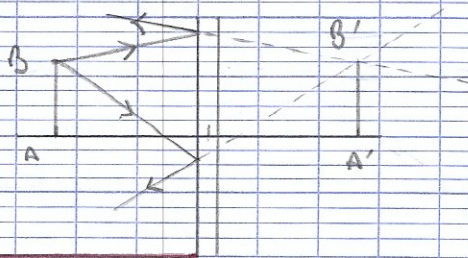
Stigmatisme et aplanétisme - Optiques et miroirs

Stigmatisme et aplanétisme rigoureux

- **Stigmatisme rigoureux** : un syst. optique (S) est dit rigoureusement stigmatisme pour le couple de pts (A, A') si tous les rayons issus de A passant par A' après avoir passé par le système. \rightarrow A et A' conjugués par (S)
- **Aplanétisme rigoureux** : soient A et A' conjugués par rapport à (S). Soit B, un pt du plan transverse passant par A. Le syst. (S) sera dit aplanétique pour A et A' si le conjugué de B, noté B', se trouve dans le plan transverse passant par A'.
 - \hookrightarrow correspondance plan transverse par plan transverse

Notion de foyer : soit un objet très éloigné de (S), situé sur l'axe : il est dit à l' ∞ son image à travers (S) est appelée foyer image F'. Le plan transverse contenant F' est appelé plan focal image. Réciproquement, le foyer objet F est le pt de l'axe optique dont l'image est rejetée à l' ∞ sur l'axe. Le plan transverse contenant F est appelé plan focal objet.

Le miroir plan est rigoureusement aplanétique pour \forall pt de l'espace et c'est le seul syst. optique qui réalise cette propriété.



Aplanétisme d'un miroir plan

Grandissement

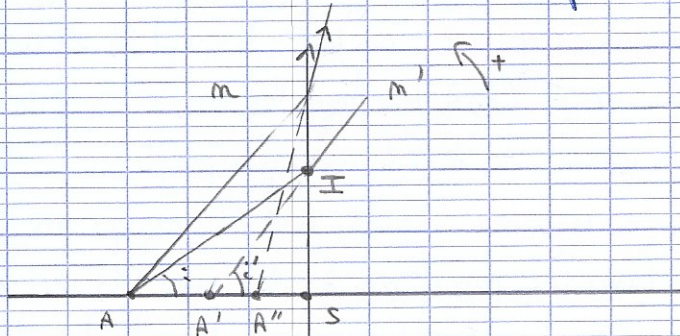
$$g = \frac{A'B'}{AB}$$

Objet et image st symétriques par rapport au miroir, l'image à l' ∞ est à l' ∞

- \hookrightarrow les foyers objet et image d'un miroir plan sont à l' ∞ \rightarrow syst. afocal

Stigmatisme et aplanétisme approchés

Cas du dioptre plan = soit un dioptre plan séparant 2 milieux d'indices n et n' avec $n' < n$ → la réfract° éloigne les rayons de la normale



→ but = trouver l'intercét° de 2 rayons après réfract°
 auront l'inclinaison des rayons incidents, l'intercét° du rayon émergent avec l'axe est \neq .
 → pas de stigmatisme rigoureux.

Conditi° stigmatisme approché! → conditi° A' est quasiment indépendante du rayon

→ posit° de A'

relati° dans AZS et A'ZS → $SE = AS \tan i$ $S'I = A'S \tan i'$

$$\rightarrow \overline{A'S} = \overline{AS} \frac{n \sin i \cos i'}{n' \sin i' \cos i} \quad \text{on sait que } n \sin i = n' \sin i'$$

$$\overline{A'S} = \overline{AS} \frac{n'}{n} \left(\frac{1 - \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2 i}{1 - \sin^2 i} \right)^{1/2}$$

$$\sin i \approx 0 \Rightarrow \frac{\overline{SA'}}{n'} = \frac{\overline{SA}}{n} \rightarrow \text{indépendant de } i \text{ si } i \text{ petit}$$

→ relati° de conjugaison

→ dans cas le dioptre est utilisé dans les conditi° de Gauss.

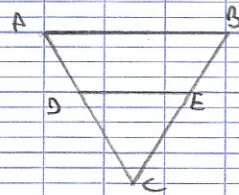
Conditi° de Gauss, optique paraxiale

- Les rayons lumineux font un angle petit avec l'axe du syst. On parle de rayons paraxiaux
- Les rayons rencontrent les dioptres ou les miroirs au voisinage de leur sommet situé sur l'axe optique du syst. est centré.

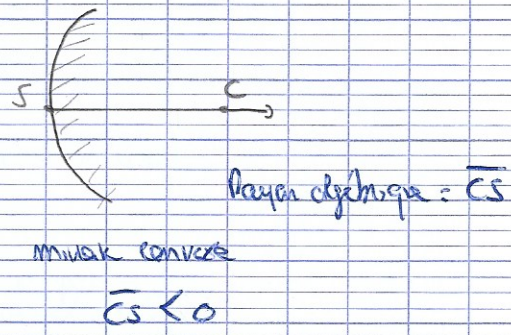
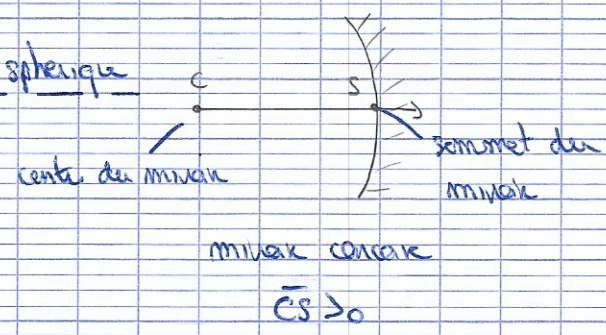
• L'angle d'incidence des rayons sur les dioptres ou miroirs est petit.

Cas du miroir sphérique

• Relat° de Thalès = $\frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{CB}}$

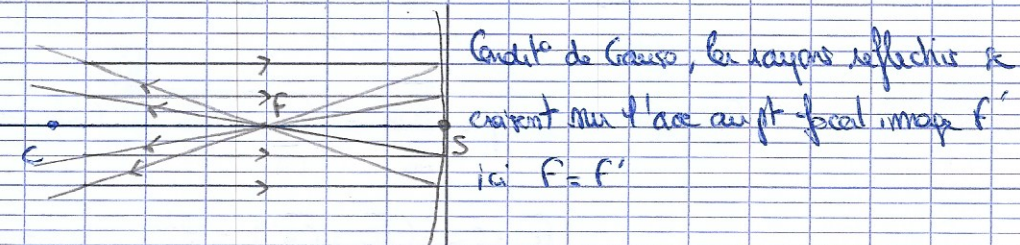


Miroir sphérique



↳ miroir plan : rayon ∞

Caractère focal des miroirs sphériques dans l'approx. de Gauss



Le miroir sphérique comporte 2 foyers conjugués

Distance focale objet $f = f = \overline{SF}$) ici $f = f' = \frac{\overline{SC}}{2}$

Distance focale image $f' = f' = \overline{SF'}$

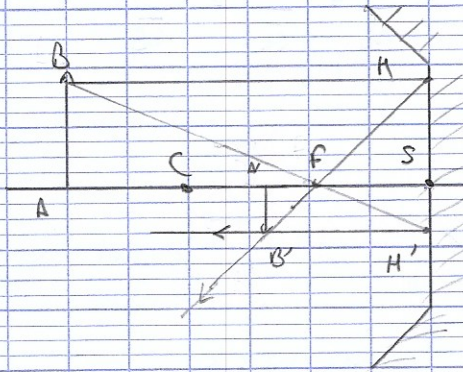
Représentation symbolique des miroirs



Un rayon passant par le centre du miroir n'est pas dévié puisqu'il frappe le miroir selon la normale.

Un rayon incident // à l'axe donne un rayon réfléchi passant par le foyer image.

Un rayon incident passant par le foyer objet donne un rayon réfléchi // à l'axe.



Abéli^o de Newton = $y = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SH'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}$ dans BAF et FSH'

$$y = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SH}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}}$$
 dans B'A'F et FSH

$$\rightarrow \overline{FA} \overline{FA'} = \overline{FS}^2 = f^2 = f f'$$

On a aussi $y = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$ dans CAB et CA'B'

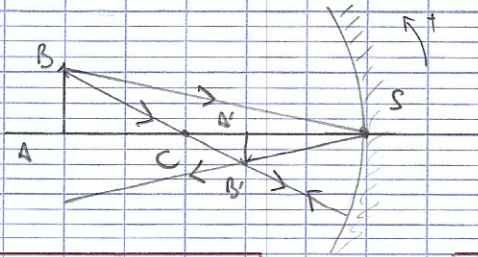
$$(\overline{FC} + \overline{CA})(\overline{FC} - \overline{CA'}) = f^2 \quad f = \overline{FC}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{-1}{f}$$

Pour un miroir sphérique $f = \frac{SC}{2}$

$$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}}$$

Formules de conjugaison avec origine au sommet



$$\frac{1}{SA} + \frac{1}{SA'} = \frac{2}{SC}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

Autres construct°

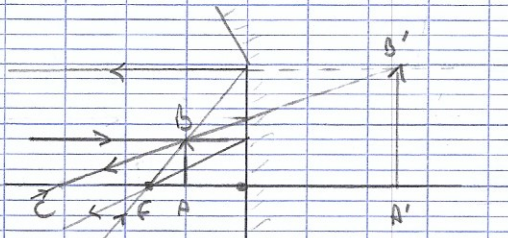


Image d'un objet réel situé entre le foyer objet et le sommet par un miroir concave

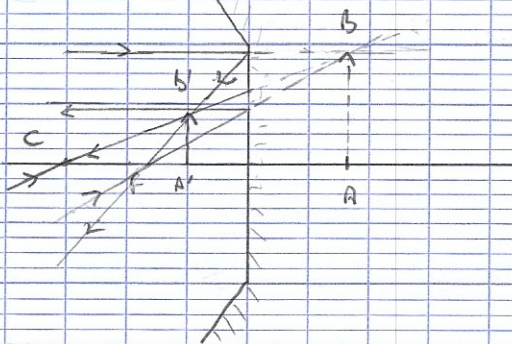


Image d'un objet virtuel situé après le sommet par un miroir concave

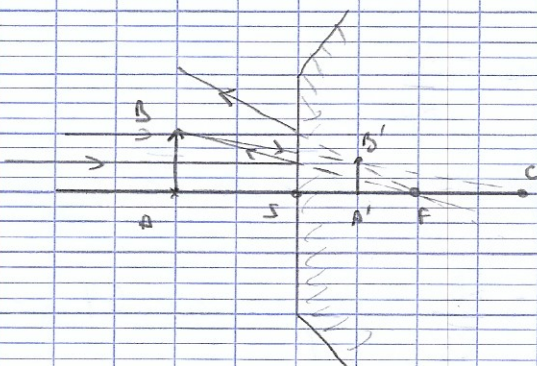


Image d'un objet réel situé avant le sommet par un miroir concave

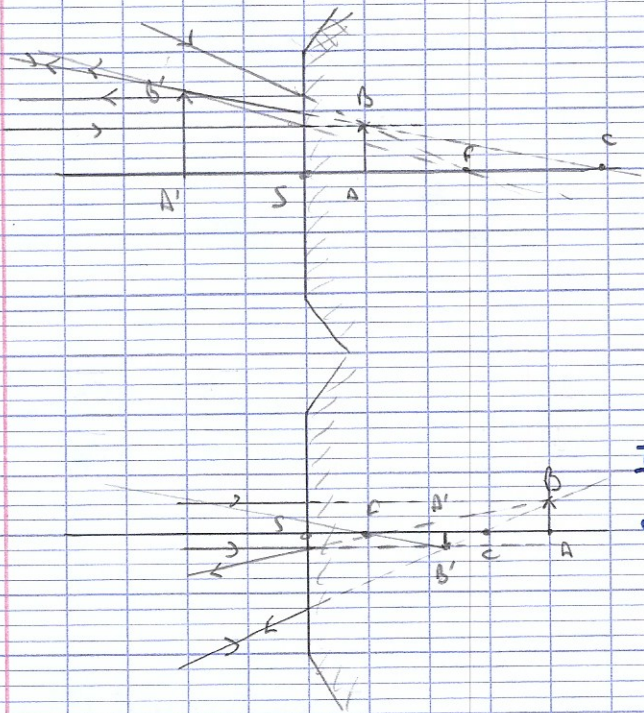
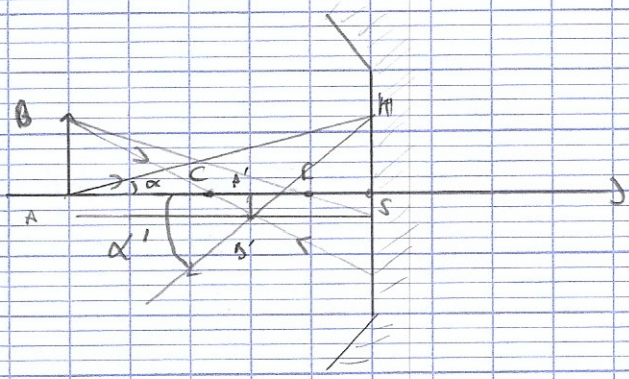


Image d'un objet réel situé entre le sommet et le foyer objet par une miroir concave.

Image d'un objet réel situé après le foyer objet par une miroir concave.

Relat° de Lagrange - Helmholtz



$$\tan \alpha = \frac{\overline{SH}}{\overline{AS}} \quad \tan \alpha' = \frac{\overline{S'H'}}{\overline{A'S'}}$$

Grat° Gauss $\alpha \ll 1 \rightarrow \tan \alpha \sim \alpha$ et $\alpha' \ll 1 \rightarrow \tan \alpha' \sim \alpha'$

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\overline{AS}}{\overline{A'S'}}$$

Relat° de grandissement: $\frac{\overline{AS}}{\overline{A'S'}} = - \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$

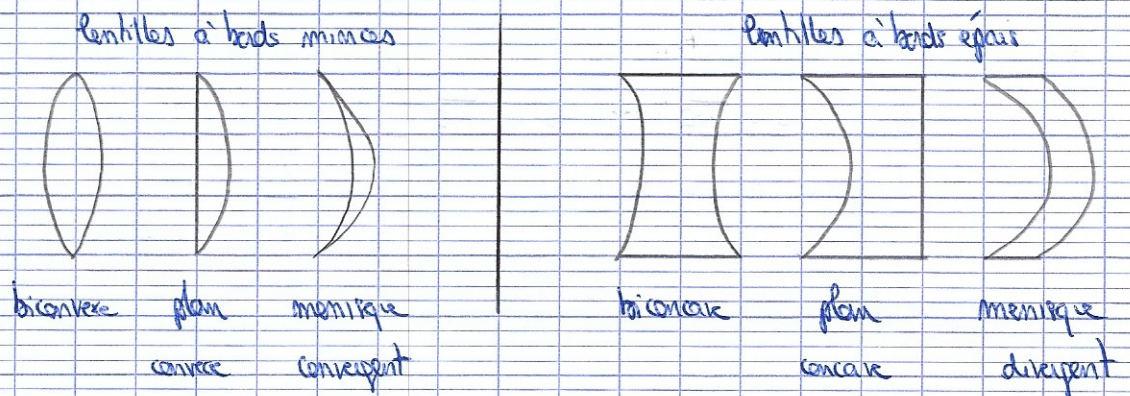
\Rightarrow relat° de Lagrange - Helmholtz = $\alpha \overline{AB} = -\alpha' \overline{A'B'}$ Constant $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$

$$\Rightarrow G = \frac{\alpha'}{\alpha} = - \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = -\frac{1}{\gamma} \quad \text{ou} \quad G\gamma = -1$$

Lentilles minces sphériques

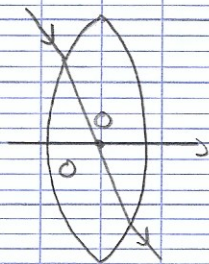
Les différentes lentilles

2 types de lentilles : lentilles à bords minces, lentilles à bords épais

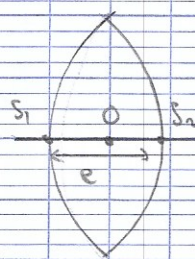


Les lentilles à bords minces sont convergentes \rightarrow elles rassemblent les rayons vers l'axe.
Les lentilles à bords épais et divergentes \rightarrow elles écartent les rayons de l'axe.

Centre optique = pt de l'axe optique par lequel passe le rayon réfracté correspondant à un rayon incident dont le rayon émergent correspondant lui est \parallel .

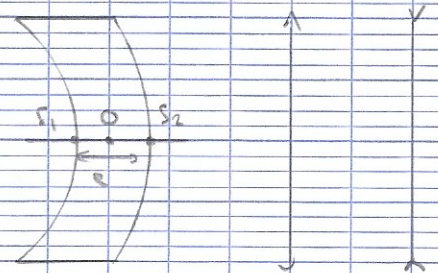


Centre d'un rayon
par une lentille



Condition pour avoir une lentille mince

$$e \ll |R_1|, e \ll |R_2| \text{ et } e \ll |R_1 - R_2|$$

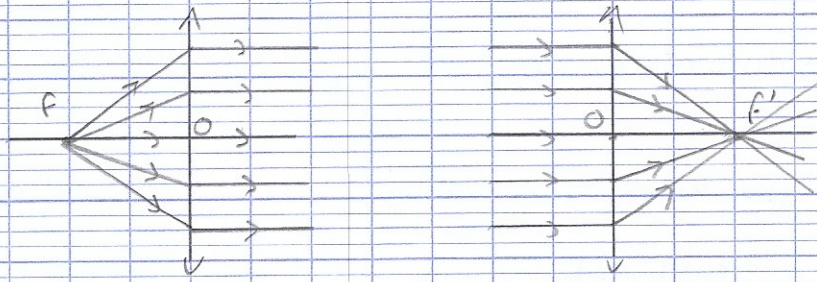


Lentille convergente / divergente

Distance focale

Lentille convergente : les foyers objet et image sont symétriques par rapport au centre optique. Le foyer objet est situé avant le centre optique O et le

foyer image après O dans le sens de propagat° de la lumière



On a $f = \overline{OF}$ et $f' = \overline{OF'}$

vergence d'une lentille =

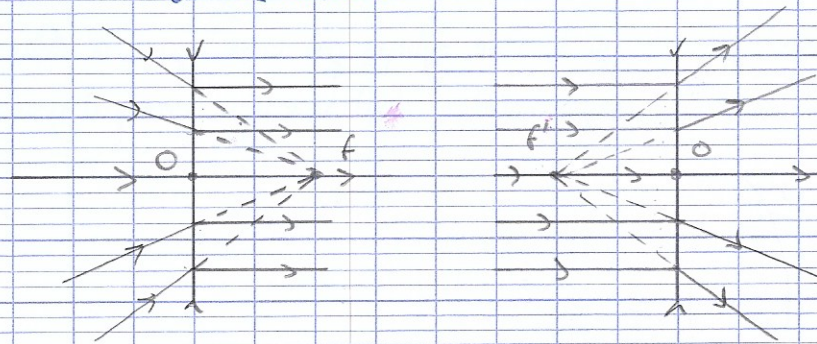
$$V = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

inverse d'une longueur (m⁻¹)

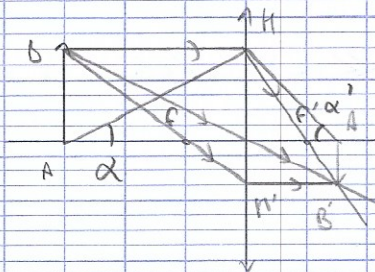
unité : dioptrie (D)

ex : $f' = 50 \text{ cm} \rightarrow V = 2 \text{ D}$

lentille divergente : les foyers image et objet et symétriques par rapport au centre optique mais virtuels. Le foyer objet est situé après le centre optique O et le foyer image avant O dans le sens de propagat° de la lumière.



Relat° de conjugaison



Grandissement = $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OH'}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$ dans les triangles ABF et OH'F

$$f = \frac{\overline{AB'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FO}} \quad \text{dans } FOA' \text{ et } F'A'B'$$

↳ relat° de Newton : $\overline{F'A'} \cdot \overline{EA'} = \overline{FO} \cdot \overline{EO} = -f'^2 = -f^2 = -ff'$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{\overline{FA'}}{f'} = -\frac{f}{\overline{FA}}$$

On a dans OAB et $OA'B'$: $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = \gamma$$

Relat° Lagrange - Helmholtz : $\tan \alpha = -\frac{\overline{OH}}{\overline{OA}}$ et $\tan \alpha' = -\frac{\overline{OH}}{\overline{OA'}}$

condit° Gauss $\rightarrow \tan \alpha \sim \alpha$ et $\tan \alpha' \sim \alpha'$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{\alpha'}{\alpha} \Leftrightarrow \gamma = \frac{1}{\gamma} \Leftrightarrow \gamma^2 = 1$$

Autos conjugués : Paires conjuguées

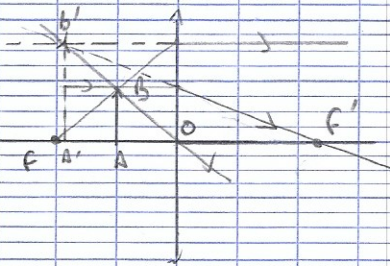


Image objet réel situé entre le foyer objet et O

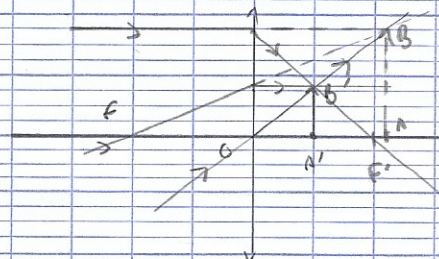


Image d'un objet virtuel situé après O

lentille divergente

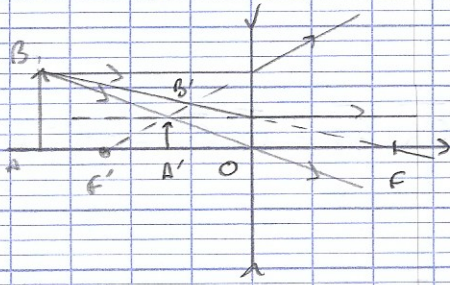


Image d'un objet réel situé avant O par
lentille divergente

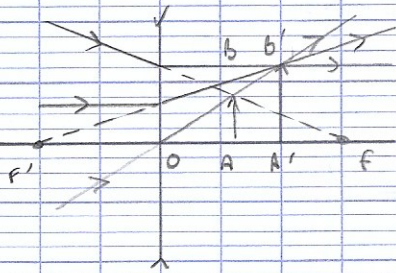


Image d'objet virtuel situé entre O
et F

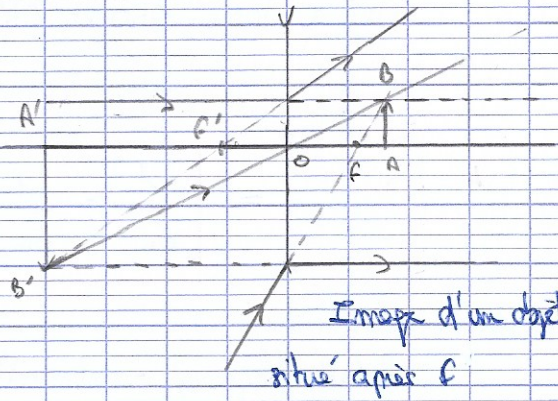
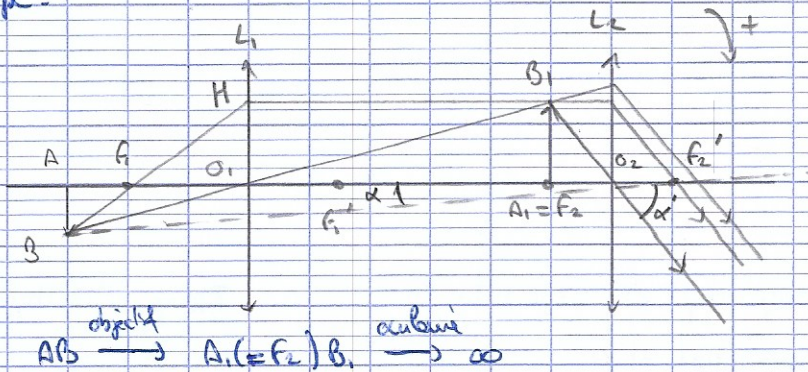


Image d'un objet virtuel
situé après F

Une lentille divergente ne peut pas donner une image réelle d'un objet réel.

Quelques instruments

• Microscope :

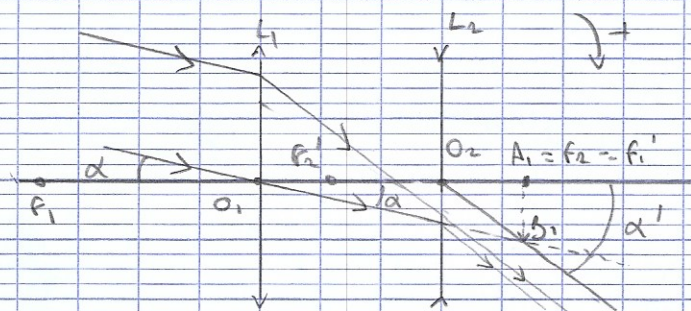


$$\overline{F_1 F_2} - \overline{F_1 A} = -\frac{f_1'^2}{f_1}$$

$$\tan \alpha' \approx \alpha' = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{F_1 O_2}} = \frac{\overline{A_1 B_1}}{f_2'} \Rightarrow \alpha' = \frac{f_1'}{\overline{F_1 A}} \frac{f_1'}{f_2'}$$

$$\tan \alpha \sim \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AF_2'}} \Rightarrow G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f_1'}{f_2'} \frac{\overline{AF_2'}}{\overline{FA}}$$

Lunette de Galilée



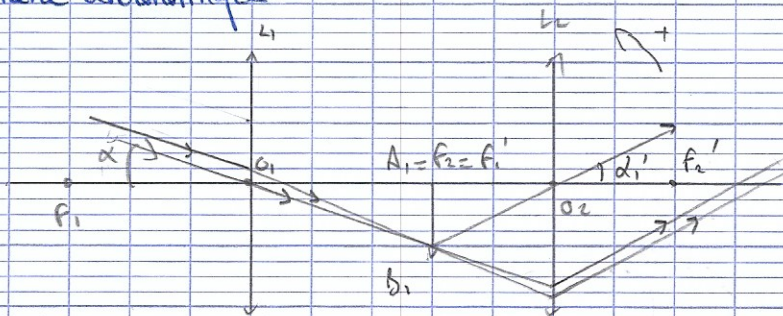
$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

$$\tan \alpha' \sim \alpha' = \frac{\overline{B_1 A_1}}{\overline{O_2 F_2}}$$

$$\tan \alpha \sim \alpha = \frac{\overline{B_1 A_1}}{\overline{O_1 F_1'}}$$

$$\rightarrow G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f_1'}{f_2}$$

Lunette astronomique



$$\tan \alpha' \sim \alpha' = -\frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{F_2 O_2}}$$

$$\tan \alpha \sim \alpha = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{O_1 F_1'}}$$

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_1'}{f_2}$$